

QUANTS¹, INC. O MATEMÁTICAS EN EL MUNDO FINANCIERO

José Luis Fernández Pérez²
Universidad Autónoma de Madrid,
Analistas Financieros Internacionales

ABSTRACT: *What are all these mathematicians, working as mathematicians, in the world of finance? What specific subjects do they care about? Is their work valuable, for business, and/or relevant, as mathematics? Is there any science in finance?*

KEY WORDS: *Mathematics, finances, speculation, covering, investment, risks.*

BIENVENIDA AL LECTOR

El lector informado a quien dirijo este artículo bien pudiera ser que manifestara incredulidad implacable ante su título. Admito –diría–, que pudiera haber cierta lógica, cierta estructura, en el comportamiento de los mercados financieros, pero, ¡por favor!, las Matemáticas, el lenguaje asombroso con que la ciencia da forma al conocimiento, no dispone de herramientas suficientes para su adecuada modelización. El mundo de la Economía –continuaría–, y mucho más el de las Finanzas, aglutina una complejidad tal, que los enfoques de reducción matemática con ecuaciones de evolución o con procesos estadísticos y estocásticos, o con lo que fuera, distan de ser capaces de abarcar su complejidad. El mundo financiero –añadiría, quizás–, no sólo es complejo por la cantidad enorme de variables que pudieran ser necesarias para describirlo, o por la dimensión ingente de las relaciones que se precisan entre tantas variables, sino, y sobre todo, propondrá el lector de inclinaciones epistemológicas, porque los propios agentes que analizan y observan la evolución y comportamiento del sistema económico y financiero son asimismo piezas observables del sistema en el que intervienen. Una suerte de ourívoro bucle cuántico de gordiana irresolución. Algo similar, podría argumentar el lector, a lo que ocurre cuando abordamos matemáticamente el análisis de sistemas biológicos.

El equilibrio pendenciero entre la complejidad intrínseca de un sistema y nuestro conocimiento de las ecuaciones

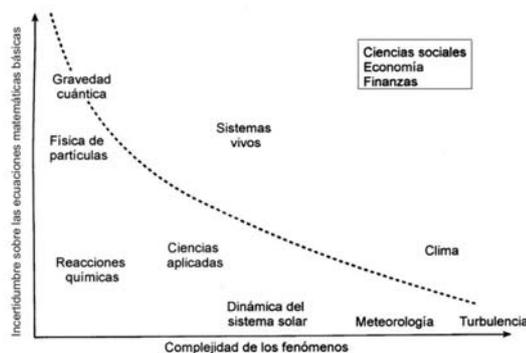
ARBOR Ciencia, Pensamiento y Cultura
CLXXXIII 725 mayo-junio (2007) 395-407 ISSN: 0210-1963



RESUMEN: ¿Qué hace tanto matemático trabajando como matemático en el mundo de las finanzas? ¿A qué ámbitos específicos dedican su atención? ¿Qué valor aportan, si acaso alguno? ¿Es relevante su trabajo, matemáticamente hablando? ¿Hay ciencia en las finanzas?

PALABRAS CLAVE: Matemáticas, Finanzas, Especulación, Cobertura, Inversión, Riesgos.

que lo gobiernan queda recogido en este gráfico extraído de un artículo³ del físico y matemático belga David Ruelle: cada una de las áreas de conocimiento científico tiene dos coordenadas, la *x* registra la complejidad de los fenómenos que abarca y la *y* la precisión con la que las ecuaciones lo *intentan* capturar. En el gráfico se aprecia esa posición peculiar que ocupan la Biología y las Finanzas, sistemas intrínsecamente complejos que comprendemos poco, muy en la línea de argumentación de aquel, ¿usted?, lector escéptico.



Otro lector, o bien ese mismo lector en una versión distinta, o en un día de estado de ánimo alternativo, pudiera conceder en gambito retórico inicial que, por supuesto, las

Matemáticas se aplican en los mercados financieros. Al fin y al cabo hablamos de cantidades de dinero, de cambios de valor, y eso se recoge, se tabula con Matemáticas elementales, a las que ningún buen matemático profesional que se precie debiera prestar atención alguna: descuentos y series geométricas, tantos por cientos, y alguna que otra derivada desperdigada aquí y allá.

O, incluso, la primera (¿tercera?) reacción del lector pudiera consistir en auparse a un púlpito de savoranóica indignación ética. A quién le importa –espeterá– si las Matemáticas son o no capaces de modelizar las Finanzas, o si las Matemáticas que se emplean o se pretenden emplear son lo que los matemáticos consideran Matemáticas interesantes o elevadas o profundas⁴. Lo que ya me parece reprensible, dirá este lector intentando contenerse, es la mera intención de aplicar; las finanzas son parte⁵ del Eje del Mal, de la perversa globalización, y ese conocimiento casto, como pocos, que son las Matemáticas, no debe mancillar su inmaculada virginidad y ser sicario de abyectas manipulaciones financieras.

Bienvenidos sean esos lectores críticos, con formados y razonados prejuicios, a todos los cuales creo, sinceramente bien encaminados. Sea también bienvenido, ¡faltaría más!, aquel lector desprejuiciado, simplemente curioso, a quien quizás este artículo pudiera ilustrar, entretener y hasta informar.

Simplificaré, y mucho, en este modesto recorrido panorámico con voluntad de perspectiva. Los detalles son importantes, el todo cósmico es una amalgama de detalles atómicos⁶. Los lectores más avisados y rigurosos echarán en falta las pertinentes disquisiciones sobre detalles, pero las necesidades del guión..., ya saben.

LA ECONOMÍA Y LAS FINANZAS

Cuando la Economía (y las Finanzas) buscan hacerse ciencia, utilizan, claro, las Matemáticas para modelizar, para comprender los fenómenos económicos, para explicar el comportamiento de los agentes económicos y para intentar prescribir cuál debiera ser su proceder racional óptimo. Lo ideal sería disponer de modelos físicos, falseables en su precisión predictiva, pero no, no se llega tan lejos. Keynes, quien gustaba de la modelización, admonizaba que los mo-

delos económicos pierden su utilidad en cuanto sustituimos las variables abstractas con datos numéricos concretos⁷. ¡Vaya! Una dualidad no del todo resuelta, esquizofrenia permanente entre ciencia e ingeniería económicas.

Las Matemáticas se usan en todo tipo de asuntos que conciernen a la Economía: mercadotecnia, logística, clasificación de acreditados o *rating* de empresas, macroeconomía, política monetaria, determinación de capital económico, diseño, valoración y cobertura de instrumentos financieros, industria del seguro, geografía económica, equilibrio económico, competencia en mercados, detección de fraude fiscal, etc. Advierta el lector con cuanta desconsiderada despreocupación y falta de pudor he mezclado en la lista anterior aplicaciones puras de ingeniería concreta con asuntos varios de modelización abstracta en teoría económica.

La Economía reclama la asistencia de herramientas técnicas procedentes de todos⁸ los campos de las Matemáticas: cálculo infinitesimal, ecuaciones diferenciales ordinarias y en derivadas parciales, sistemas dinámicos, teoría de la probabilidad y procesos estocásticos con sus respectivos cálculos asociados, estadística y econometría, investigación de operaciones, teoría de grafos, matemática actuarial, análisis discriminante y redes neuronales y reconocimiento de patrones, análisis funcional y hasta mecánica estadística⁹.



Los Cambistas, Quentin Metsys, Museo del Louvre, séc XVI

Pero en este artículo tan sólo nos concierne la modelización matemática de uso financiero. EL DRAE define *financiero* como: 1) *adj.* Pertenciente o relativo a la Hacienda pública, a las cuestiones bancarias y bursátiles o a los grandes negocios mercantiles, 2) *m. y f.* Persona versada en la teoría o en la práctica de estas mismas materias.

Sí, de acuerdo, pero... Las finanzas se ocupan de la gestión del dinero, de cómo y con qué criterios, las personas, las empresas, o los Estados gestionan los fondos que precisan para sus actividades.

LOS SEGUROS

El ámbito de los seguros quizás sea un buen punto para iniciar la descripción de la gestión matemática del dinero. Por dos razones. Primera, asepsia ideológica. La utilidad y los beneficios sociales que se derivan de los seguros son patentes: tener seguro de automóvil es beneficioso para todos los conductores, es decir, es bueno para mí que todos los demás conductores tengan seguro y, que yo mismo lo tenga, claro. Apuntemos: los seguros sociales, las pensiones públicas son cimiento pivotal de una sociedad avanzada. Y segunda, por el papel transparente y eficiente¹⁰ que han desempeñado y desempeñan las Matemáticas en su desarrollo.

La primera aplicación relevante (y desde luego, una de las más importantes) de la entonces incipiente teoría de la probabilidad, allá por el siglo XVII, fue precisamente el cálculo *científico* de primas de pólizas de seguros y la estimación del capital preciso para que una compañía de seguros pueda mantenerse solvente. Además, entre las primeras estadísticas descriptivas aparecen las tablas de mortalidad para usos de las compañías de seguros.

Laplace, el Marqués, en su *Ensayo filosófico sobre las probabilidades* y en la propia *Teoría analítica de las pro-*

PAR M. LE MARQUIS DE LAPLACE,

Pair de France; Grand Officier de la Légion d'honneur; l'un des quarante de l'Académie française; de l'Académie des Sciences; membre du Bureau des Longitudes de France; des Sociétés royales de Londres et de Göttingue; des Académies des Sciences de Russie, de Danemark, de Suède, de Prusse, des Pays-Bas, d'Italie, etc.

*habilidades*¹¹, reserva un capítulo entre los dedicados a las aplicaciones a tratar con consustancial elegancia *des bénéfiques dépendants de la probabilité des événements futurs y des bénéfiques des établissements qui dependent de la probabilité des événements.*

Dos son las claves en el seguro: solidaridad y Matemáticas¹². En una cooperativa, en una mutua de seguros, los participantes aportan cantidades relativamente pequeñas que se estiman suficientes para cubrir las pérdidas que algunos de ellos pudieran sufrir como consecuencia de cierto tipo de siniestros especificados, como, por ejemplo, automóvil, hogar, responsabilidad civil o salud. Estos siniestros pueden ser calamitosos para el individuo que los sufre, pero si se afrontan paritaria y solidariamente, el conjunto del montante de los siniestros supone una pequeña cuantía individual.

La cuenta básica es sencilla. Pongamos que somos 10.000 mutualistas. Un meticoloso análisis estadístico sobre el tipo de siniestros que nos ocupa y que hemos efectuado con poblaciones grandes similares a la nuestra nos permite suponer con confianza que la probabilidad de que a uno cualquiera de nosotros los hados del destino le adjudiquen uno de estos siniestros es de 2%. El bien que cada uno aseguramos tiene un valor estimado en 30.000 euros. Pues bien,

Incluso el más estúpido de los hombres, por medio de algún instinto natural, por sí mismos y sin ninguna instrucción (lo que no deja de ser asombroso) está convencido de que cuantas más observaciones se hayan efectuado, menor es el peligro de desviarse de nuestra meta.

Jacob Bernoulli (1654-1705),
alias EL POLÍTICAMENTE CORRECTO¹³

En prosa vernácula alambicada: cuanto mayor es la muestra, mayor es la probabilidad de que la media de la muestra esté próxima a la media de la población.

Completemos el cálculo. Como somos 10.000 participantes, aquel instinto natural nos dice que esperamos que ocurran 200 siniestros, lo que supone un impacto económico global, para todo el colectivo, de 6 millones de euros. Pero, ahora, si cada uno aportásemos 600 euros al comienzo del año, crearíamos un fondo común que debiera de ser suficiente para cubrir el total de las pérdidas individuales.

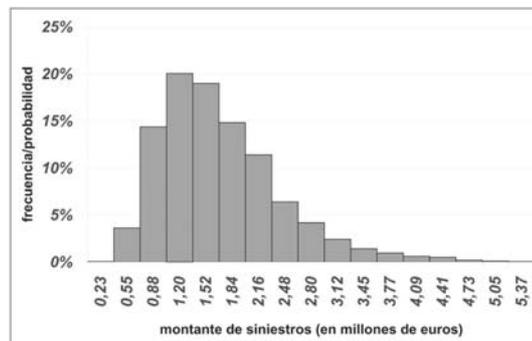
Importa recalcar que si no pudiéramos compartir los riesgos, es decir, si fuéramos una mutua de un sólo miembro, tendríamos que reservar un montante de igual cuantía que el valor del bien (30.000 euros) para estar *asegurados*.

Las compañías de seguros son las empresas que facilitan y proveen este servicio: la compañía *congrega* a los tomadores de pólizas, les cobra primas periódicas, de las que descuenta las correspondientes comisiones, invierte esas primas en un fondo común y va pagando de ese fondo según se produzcan los siniestros.

En realidad, ¡oh, sorpresa!, las cosas son un poco más complicadas. Para empezar, los posibles siniestros siguen una distribución de probabilidad, es decir, para cada número potencial de siniestros hay una determinada probabilidad de que ocurra. Además, los potenciales montantes de los siniestros también *varían* aleatoriamente. Más aún, la ley de los grandes números nos dice sólo que con *un alto nivel de confianza* el promedio de los siniestros en un año va a encontrarse *bastante próximo* al promedio exacto de la población. Y para completar el cuadro, los propios parámetros de la distribución de probabilidad son también variables aleatorias, piénsese, por ejemplo, en incendios forestales, y años secos y años húmedos. Todo esto sin olvidar que la propia base estadística en la que basamos los análisis y el cálculo de primas de pólizas nunca es un perfecto reflejo de la distribución de probabilidad *verdadera*.

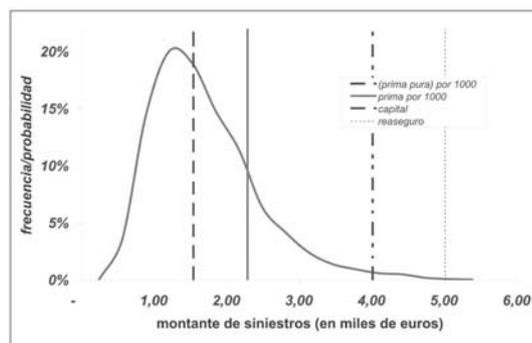
Los actuarios son los profesionales que, con el apoyo técnico de la Estadística y las Matemáticas, fiscalizan y organizan toda esa información para producir finalmente un histograma que asigna probabilidad a los potenciales pagos a realizar como compensación por los siniestros de la masa de asegurados; un histograma como el de la figura de la derecha arriba, de una cartera de 1.000 asegurados.

La prima pura es simplemente la esperanza matemática de la distribución de pérdidas anterior dividida (repartida) entre el número de asegurados en esa cartera de pólizas. Como hay 1.000 asegurados, esta prima pura (individual) resulta ser de 1.534 euros. Ahora bien, el histograma ya nos dice que si sólo se recaudara la prima pura entonces es bastante probable que no hubiera suficiente, pues el montante de pérdidas oscila alrededor de la prima pura, y puede suceder que sea algo mayor (o algo menor). La



prima se obtiene añadiendo a la prima pura un margen que proteja respecto de la natural oscilación de la distribución de pérdidas (más otros márgenes por comisiones, remuneración de capital, reaseguro y otros gastos). Hay distintas reglas para conseguir ese margen suficiente, fundamentadas en distintos esquemas de gestión; una, por ejemplo, consiste en obtener la prima como la suma de la prima pura y la desviación típica de la distribución (repartida entre los asegurados), que, en la ilustración que manejamos, daría una prima de 2.278 euros.

Como la cartera tiene 1.000 asegurados se recauda un total de 2.278.000 euros. Pero en la distribución de probabilidad de los siniestros se observa que el montante de pérdidas puede ser muy grande en comparación con lo que se recauda. De acuerdo, es improbable, pero no imposible, de hecho la probabilidad de que el montante total llegue a más de 5 millones es algo más del 0,1% (de más de 1



entre 1.000). Si se diera ese caso no sólo no habría suficiente con lo que se recauda sino que ni siquiera daría con el capital de la compañía. Esa catastrófica cola de la distribución se reasegura, es decir, la compañía de seguros le paga una prima a una compañía reaseguradora para que le compense en caso de que las pérdidas alcancen esos niveles tan extremos. La prima que la compañía paga por el reaseguro también se ha de distribuir entre los tomadores de pólizas.

Pero, además, la compañía deberá tener reservas suficientes, capital aportado por accionistas, que permita garantizar la solvencia de la compañía. ¿Cuánto capital? Los accionistas, en general, tenderán a que éste sea poco en términos porcentuales o al revés, a que el volumen de pólizas sea grande para una capital dado. Pero el supervisor del funcionamiento del mercado de seguros, que debe velar por la solvencia del sistema y por la protección de los tomadores de pólizas, querrá garantizar que sea infrecuente que las reservas con las que cuenta una compañía de seguros genérica basten para cubrir oscilaciones grandes. Y, por ejemplo, exigirá un capital mínimo que cubra la oscilación extrema del 95%, pongamos. En nuestro ejemplo, el percentil 95% del montante total de pérdidas se sitúa en unos 3,2 millones de euros. Y el capital sería del orden de la diferencia entre este nivel y las primas recaudadas, es decir, de 1 millón de euros. Esto genera, en puridad, pequeños círculos, viciosillos ellos, porque el capital se remunera con comisiones sobre primas (y rentabilidad de inversiones), y porque los costes de reaseguros se trasladan a las primas de las pólizas.

Pero ésta es sólo una cara del asunto: la del pasivo. La compañía cobra primas que calcula con rigor científico y las invierte adecuadamente, para poder responder de los pagos por siniestros que tendrá que atender. Si se trata de seguro general como el del automóvil, y simplificando (como en toda la exposición)¹⁴ las primas se cobran a comienzo de período anual y se invierten para cubrir los siniestros para ese año. Pero en seguros de plazo largo, como los seguros de vida o de pensiones o de jubilación, las inversiones han de ser asimismo a largo plazo. Hay que invertir en instrumentos que puedan generar flujos durante una serie de años. Y ahí entran los riesgos, ahora financieros, su gestión y su cobertura y los instrumentos financieros que posibilitan este tipo de inversiones.

Tenemos pues incertidumbres varias: la que proviene de la estadística que se está asegurando, la que generan las propias pólizas que dan derechos adicionales sobre los pagos de primas a los tomadores, las inherentes a los flujos que se percibirán en el futuro por las inversiones en que se han *materializado* las primas, y, en suma, la incertidumbre de que los activos basten para pagar los pasivos. Pero los cálculos estadísticos y probabilísticos permiten anticiparse, gestionar y hasta dominar eficientemente todos estos niveles de incertidumbre. A mí, qué quieren que les diga, esto me parece asombroso.

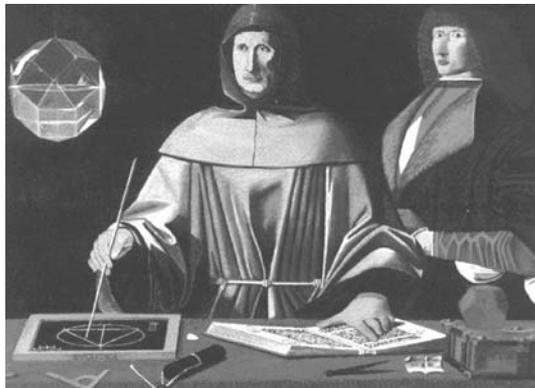
LAS FINANZAS

Vayamos ya con una selección de vistas de las Matemáticas en el mundo financiero, *sensu stricto*¹⁵.

Aritmética mercantil. Las Matemáticas y las Finanzas confluyen por primera vez en el cálculo financiero y en la aritmética mercantil, todo ese conjunto de recetas aritméticas de contabilidad, descuentos, anualidades, intereses, empréstitos y demás, que se origina quizás en el mundo de los mercaderes italianos de los siglos XII y XIII, cuyo desarrollo, por personajes como Fibonacci como epitome, nos legó, por ejemplo, el uso generalizado de los numerales arábigos y la regla de multiplicación común. Una confluencia que ejemplifica la invención por parte



Fibonacci



del matemático Luca Pacioli¹⁶ de la contabilidad de doble entrada, que Goethe consideraba una de las más bellas creaciones del intelecto humano¹⁷ y que el gran Eduardo Chillida homenajeó en su famosa mesa¹⁸. La aritmética financiera es un corpus técnico de uso ubicuo, matemáticamente elemental¹⁹.

Cálculo infinitesimal y griegas. En los mercados hay funciones. El valor de un instrumento financiero dependen de otras variables: un bono, un instrumento de deuda, del mercado monetario, depende de uno o varios tipos de interés. Interesan las derivadas del valor respecto de las variables, que en el contexto que nos ocupa se conocen como *sensibilidades*: duración y convexidad en tipos de interés, y, en general, las griegas, por la costumbre de designarlas con letras de ese alfabeto.

Si una cartera tiene las primeras derivadas nulas respecto de las variables que se estiman relevantes, se entiende que está *inmunizada*: variaciones pequeñas de las variables tienen poco impacto sobre el valor de la cartera. Así que podemos utilizar el cálculo infinitesimal para gestionar riesgo.

Y también para *invertir*. Por mor de ejemplo. Suponga el lector que tiene un activo A cuyas dos primeras derivadas respecto de la única variable relevante son positivas. Y que tenemos otro activo B , lineal respecto de esa variable, y monótono creciente. Podemos formar (resolviendo un sistema de ecuaciones) una cartera comprando una cierta cantidad de A y vendiendo una cierta cantidad de B , que



tiene primera derivada cero y segunda derivada positiva. Si es así, la cartera sólo puede beneficiarse de las variaciones de la variable. ¿No? Demasiado fácil, de acuerdo. Hay muchas variables, muchas dependencias, pero así comenzó todo.

Selección de carteras. O *si tienes huevos*²⁰, *no los pongas todos en el mismo cesto*: versión científica. La experiencia nos dice que si disponemos de un capital para invertir, conviene diversificar: es preferible repartir la inversión entre dos activos de igual rentabilidad esperada, que invertir todo en uno sólo de ellos. En los años 50, Markowitz planteó el problema de seleccionar activos para componer una cartera de inversión, en el que se parte de cierta información estilizada sobre la distribución estadística conjunta de los activos y se busca una (¿la?) cartera óptima. El criterio de bondad de una cartera compara la rentabilidad media que se pudiera obtener con la variabilidad (incertidumbre) de esa rentabilidad, retorno esperado contra riesgo asumido. Se pueden incorporar a este planteamiento básico restricciones sobre la estructura de la carteras que responden a los intereses usuales de los inversores –como, por ejemplo, poner un tope en cualquier activo–, o gestión activa de la cartera en fechas intermedias. Los retos técnicos y computacionales a que pueden dar lugar estos añadidos pueden ser matemáticamente interesantes²¹.

El enfoque de Markowitz²² usa para la selección información estadística, digamos que objetiva, aunque el criterio de bondad (la función objetivo) es personal. Un enfoque complementario muy en boga hoy en día es el de Black-

Litterman, en el que se aglutina la información estadística del comportamiento histórico de los activos con la opinión subjetiva del experto, para pergeñar en conspiración bayesiana la selección óptima²³.

Inversores institucionales hacen uso de estos enfoques para seleccionar carteras, pues supone una cierta objetivación y orden en el proceso de inversión. Pero en una entrevista años después de su Premio Nobel, a la pregunta de cómo invertía él su propio ahorro, Markowitz respondía que *fifty-fifty* entre renta fija y renta variable. Básicamente la recomendación de mi madre.

Riesgos. En la gestión de cualquier actividad económica se precisa no sólo de una estimación, digamos, media o más probable, de los potenciales flujos netos que conlleva, sino además de una estimación de la variabilidad adversa de esos flujos, para anticipar y gestionar su potencial impacto, y, en última instancia, para calcular las reservas líquidas razonables y/o suficientes que permitan afrontarlos.

Ya hemos comentado este tipo de cálculos en el caso de las compañías de seguros. Desde los primeros años ochenta²⁴ las entidades de crédito vienen empleando enfoques similares para aquilatar el riesgo²⁵ que se deriva de los potenciales impagos, el llamado *riesgo de crédito*, y para estimar el riesgo de valor en las inversiones, el llamado *riesgo de mercado*, amén de otros riesgos varios entre los que cabe destacar el complejo *riesgo operativo*²⁶.

Hoy en día, mediante un sistema de clasificación estadístico, a cada prestatario se le asigna una probabilidad de incumplimiento. Ese proceso de asignación consiste en esencia en comparar la situación²⁷ del prestatario con los de una *buena* base de datos. Y se le asigna como probabilidad de incumplimiento la frecuencia con la que los *similares* en esa base han incumplido²⁸.

Esta asignación permite imponer una distribución estadística a los niveles de pérdidas que se pueden derivar de los posibles incumplimientos y que tenga en cuenta la variabilidad de un año a otro. Resultan así los modelos²⁹ de capital regulatorio por riesgo de crédito, recogidos en la normativa global del Nuevo Acuerdo de Capital de Basilea³⁰, o de capital económico, que son específicos de cada entidad y en la que el riesgo por crédito se determina en función del momento del ciclo económico. Al menos en el

caso de crédito hipotecario o de crédito al consumo, este enfoque tiene una base actuarial³¹ estadística sólida: las leyes de los grandes números supervisan los procesos y las cosas funcionan casi como en los seguros de accidente³².

En el riesgo de mercado se mide la variabilidad que el valor de las inversiones puede tener en horizontes temporales cortos (un día, una semana). La información estadística sobre la variabilidad de la bolsa o de los tipos de interés es, claro, menos, mucho menos firme que en el caso del crédito o los seguros. La información histórica no sondea un universo estable, con reglas fijas, físicas. Aún así, a pesar de las cautelas naturales, funciona³³. El riesgo se cuantifica en función del llamado Valor en riesgo, Var, en siglas³⁴.

Cada vez más se imponen mediciones de riesgo que intentan ser finas y buscan abarcar plazos tan largos como 1 año, sobre variables como las que rigen los mercados. No es un tema fácil³⁵.

No es descabellado argumentar que el principal beneficio de medir riesgos como los de mercado, de crédito u operativo yace en el mero hecho de que se mida, de que se mantenga y analice información detallada sobre activos, sobre inversión, sobre crédito y acreditados, disponiendo de un buen catálogo de las fuentes de riesgo; y en que se intente ser lo más objetivo y analítico posible.

Pero, una vez dicho esto, conviene indicar que la propia medición del riesgo supone un riesgo en sí mismo. Algo así como: ya que está medido, ya está, no hace falta gestionarlo. *Moral hazard* al uso: si ya estoy asegurado, me puedo permitir correr más riesgo.

Especulación. Arbitraje. Hay agentes que usan las Matemáticas y la estadística en los mercados financieros para especular y para arbitrar. Especular es un concepto más o menos claro, pero, siempre, yo y los míos invertimos pero los otros, ¡ah, los otros!³⁶, los otros especulan. Arbitrar es un concepto menos habitual: el DRAE define arbitraje (en el contexto que nos ocupa) como operación de cambio de valores mercantiles en la que se busca la ganancia aprovechando la diferencia de precios entre unas plazas y otras.

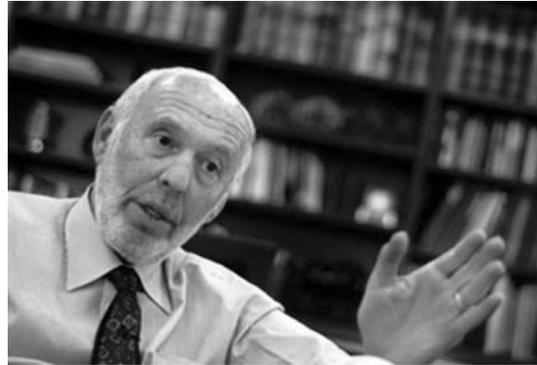
Arbitraje es pues una inversión en la que pase lo que pase se obtiene un rendimiento positivo. No está mal, ¿verdad?³⁷. Pero, ¿las hay? Es como las meigas, ¡haberlas

haylas! Imagine el lector que el precio de un megavatio hora para cada hora valle es de 8 euros, y que el precio de un megavatio hora cada hora pico es de 12 euros, entonces el precio de un megavatio hora para cada hora del día ha de ser de.... Fijese el lector en que hemos escrito "ha de ser", es decir, que si no fuera ése el precio entonces habría arbitraje comprando y vendiendo megavatios hora en paquetes horarios completos. ¡Ah!, pero ¿a qué precio?, dejamos al lector que lo calcule, que rellene los puntos suspensivos, al fin y al cabo se trata de una oportunidad de arbitraje. Quizás al lector le interese saber que hay 8 horas valle y 16 horas pico. Cuentan las crónicas que en los primeros pasos de algún mercado abierto de electricidad, hace ya unos años, precio valle, pico y diario permitieron estas increíblemente ingenuas oportunidades de arbitraje.

El arbitraje cumple una función de higiene ecológica, mantiene limpio y eficiente el sistema. Si no hubiera arbitrajistas, los mercados no serían eficientes. Los modelos matemáticos para valorar instrumentos financieros en mercados postulan que el arbitraje fuerza a un equilibrio dinámico entre los precios de los activos que se compran y venden. El renombrado economista Paul Krugman, afirma en algún texto³⁸ que la modelización económica se basa en dos principios fundamentales: las oportunidades obvias de hacer dinero se aprovechan, y toda venta es una compra. Fuerza y equilibrio.

El *arbitraje estadístico* busca inversiones en las que se obtiene una rentabilidad positiva no "pase lo que pase" sino en un porcentaje amplio de los escenarios futuros. El arbitraje puro sería aquel en que hay una diferencia de precios de dos activos que en un momento del futuro valdrán con seguridad lo mismo o que generarán con seguridad los mismos flujos de caja.

Imagine el lector que ha detectado que la diferencia de las cotizaciones de Telefonica y KPN exhiben un comportamiento estable a largo plazo. Es decir, esa diferencia oscila alrededor de un cierto nivel que actúa como atractor. Es un tipo de comportamiento que se conoce como de reversión a la media. Podemos usar la estadística para hallar los parámetros que con cierto grado de confianza son capaces de determinar cuánto tarda la diferencia en revertir a su nivel natural si se ha alejado mucho de ella. La explicación de un comportamiento como éste es que los fundamentos económicos que mueven a ambas cotizaciones son casi los



James Simons

mismos pero la actividad de transacción en los mercados hace que oscile alrededor de ese nivel de equilibrio. Si nos vale la explicación y nos creemos el modelo ajustado, esperaremos a que la diferencia de cotizaciones sea relativamente grande, para tomar una posición comprando de una acción y vendiendo de la otra³⁹, confiando en que la diferencia se reduzca pronto y beneficiarnos al deshacer la posición.

El fondo de inversión Renaissance fue fundado por el matemático James Simons. Es uno de los fondos más exitosos (mídase el éxito como se mida). Tanto el montante que gestiona como la fortuna personal son, *por ahora*, mareantes⁴⁰. Para los iniciados, este Simons es el Simons de los invariantes de Chern-Simons en su *Characteristic Forms and Geometric Invariants* tan relevantes en la Física Teórica actual⁴¹.

Arbitraje estadístico ibérico: los Pelayos⁴². Esta inefable familia sevillana se dedicó a tabular estadísticas de las frecuencias *reales* de los números de las mesas de ruleta en los casinos, para diseñar combinaciones de apuestas que aprovecharan las discrepancias entre estas frecuencias reales y las frecuencias teóricas en las que se basan los premios, y vivir de ello⁴³. Un esquema similar al de los contadores de cartas en el Blackjack, como el hollywoodese *Rainman*.

Esto del arbitraje no es tan dispar de las habituales tomas de posiciones mercantiles en las que se entra en un negocio porque se piensa que va a ir bien, o las decisiones

cotidianas de toda índole en la que se sopesan⁴⁴ pros y contras. Al fin y al cabo, el inversor cree que en un porcentaje amplio de escenarios la rentabilidad del negocio seleccionado va a ser positiva y que en los casos en que sea negativa, bueno, será negativa, pero poco.

En la inversión en un proyecto empresarial, el plan de negocio es fundamental, los primeros principios que mueven el negocio, las causas últimas de rentabilidad son el foco de atención. Mientras que en la aplicación de la estadística a los mercados se buscan señales, síntomas, no causas últimas. Pero el objetivo final, especular, invertir, es el mismo.

Derivados y valoración. A comienzos de los años sesenta arrancó una relación pasionalmente tormentosa entre la investigación académica en finanzas y la galopante creación de nuevos instrumentos financieros que la creciente sofisticación e internacionalización de los mercados no ha cesado de demandar. Toda una transición de paradigma, en la escala menor que aquí nos concierne. Confluyeron en el tiempo la creación de los primeros mercados de derivados puramente financieros en el Chicago Board of Trade y la publicación del artículo de Black-Scholes (y el de Merton)⁴⁵ conteniendo la famosa fórmula que facilitó enormemente el funcionamiento de esos mercados⁴⁶.

Estos instrumentos se conocen genéricamente como *derivados*, porque sus flujos son contingentes a los niveles que alcanzan otros activos financieros más básicos, como cotizaciones de acciones o índices, tipos de interés, o *spreads* de crédito. Los derivados han supuesto nuevas fuentes de inversión y financiación así como eficiencia en la transferencia y en la capacidad de cobertura de riesgos.

El nivel técnico de las Matemáticas que se requiere en el diseño, en el análisis y en la gestión de estos instrumentos es más avanzado que el que se precisaban, precisaban, en las otras aplicaciones a las finanzas, como las que hemos descrito. Hoy en día estos aspectos de las finanzas son materia habitual de docencia en las facultades de Matemáticas y Físicas⁴⁷, donde constituyen un campo más de su investigación académica, al tiempo que están suponiendo todo un nuevo ámbito laboral para los licenciados y doctores en Ciencias e Ingeniería.

El desarrollo de la tecnología matemática de los derivados ha sido un verdadero impulsor de mejores técnicas cuantitativas en todos los otros ámbitos de la aplicación de las Matemáticas en el mundo financiero y económico; toda una transferencia masiva de conocimiento.

En los mercados, los precios resultan del equilibrio entre oferta y demanda, son fruto de la competencia. Imagine el lector que cada agente dispone de un personal esquema de asignación de probabilidad a los eventos que pueden afectar a los activos que le interesan, y que usa esa probabilidad para asignar precios de referencia (personales, por ahora) a los activos. Las propias transacciones, toda compra es una venta, que se originan partiendo de las asignaciones personales hacen que los precios públicos de equilibrio en mercados de constante actividad y liquidez supongan una suerte de asignación de probabilidades neutra, común a todos los participantes. La estructura de probabilidades del mercado es una media de las expectativas individuales. Equilibrio, y ¿la fuerza? ¡Ah!, la fuerza es la búsqueda del arbitraje, la codicia por aprovechar las ineficiencias de información de los mercados financieros. Ni más, ni menos.

El mercado cotiza precios, que están calculados con probabilidades: las probabilidades son las incógnitas de ecuaciones que tienen a los precios como términos independientes. Las Matemáticas, la teoría de procesos estocásticos, entran ahora con modelos más o menos sofisticados que intentan capturar los precios cotizados de un amplio universo de instrumentos financieros con estructuras de flujos a cuál más complejo.

Por ejemplo, una *put* europea sobre la cotización de una acción como Telefónica es un instrumento que paga cuando la cotización de Telefónica baja. De manera que el precio que el mercado fija en la *put* supone una opinión sobre la probabilidad de que Telefónica baje. Las opiniones individuales se diluyen, sólo importa la de mercado. ¡Vaya!

La *put* es, matemáticamente bien sencilla. Paga: $\max\{K - S, 0\}$ donde S es la cotización en el momento de pago, vencimiento, y K es el precio de ejercicio. Si S está por encima de K , la *put* no paga nada, pero si queda por debajo, paga la diferencia con K . La *put* supone una cobertura para un riesgo, el de caída del precio. Los mercados financieros han desarrollado a un ritmo vertiginoso todo un zoo inmenso de instrumentos que buscan transferir riesgos asaz más complejos.



Si un inversor conoce la distribución de probabilidad que el mercado está asignando a distintos niveles de ciertos subyacentes, el inversor puede contrastar esa distribución con la suya propia, que ha obtenido de estadísticas a las que, quizás, haya aportado su personal punto de vista, y diseñar la inversión que más partido extraiga de esa diferencia de opinión. Obsérvese la sutil diferencia con el arbitraje estadístico, se trata de invertir en función de opiniones de futuro contrarias, y no, como en el arbitraje estadístico, en función de discrepancias estadísticas del pasado.

Uno de los modelos más elegantes y útiles (o al menos usados) para capturar el proceso estocástico implícito en los precios que cotizan en los mercados monetarios es el llamado *Libor Market Model*⁴⁸ que en glorioso esplendor⁴⁹ se escribe

$$dL(t, t_j) = - \left(\sum_{i=j+1}^{n-1} \frac{1}{L(t, t_i) + \frac{1}{\delta_i}} \gamma_i[L(t, t_j), t] \cdot \gamma_j[L(t, t_j), t] \right) dt + \gamma_j[L(t, t_j), t] \cdot dW_t^n$$

donde $L(t, t_j)$ denota la variable aleatoria que recoge el tipo de interés simple de tiempo t que vence en tiempo t_j y $W^n(t)$ significa un movimiento browniano n -dimensional⁵⁰.

Los modelos matemáticos están tan presentes en los mercados financieros que en muchos casos cotizan directamente los propios parámetros, como desviaciones típicas, probabilidades o correlaciones. Por supuesto, se compran y se venden a un precio, pero los parámetros dan una idea más precisa de comparación entre los valores de instrumentos. Es más natural comparar una opción call sobre Telefónica a 2 años vista con strike a 100% de su cotización actual con una opción put sobre General Motors en dólares a 1 año vista con un precio de ejercicio de 90% sobre su cotización actual, dando la volatilidad (desviación típica acumulada en un año en la rentabilidad como variable aleatoria) a imputar en cada caso. A mayor volatilidad, más riesgo, más cara.

Hay *arbitraje de modelo*. ¡Haylo! Los modelos no son perfectos. ¡Vaya por Dios, quién lo iba a decir! He aquí la receta. Pártase de un modelo que usan otros y del que se conoce que no es capaz de *ver* ciertos escenarios. Diseñese un instrumento derivado que sólo sea sensible a esos escenarios.

Hay *arbitraje* de, digamos, *intuición*. La intuición se educa, claro. Así que es un arbitraje de información, o de conocimiento, como todos. Un ejemplo; Feller en su clásico⁵¹ se asombraba de que el número medio de veces en que pasa por el nivel 7 el camino aleatorio simétrico, que parte de cero y se para en cuanto a llega por primera vez a cero, es...1, donde 7 es cualquier nivel excepto cero. Nuestra intuición⁵² nos invita a pensar que ese número medio decrece según aumentamos el nivel. En cierto sentido, el instrumento que paga 1 cada vez que se alcanza el nivel 7 y el que paga 1 cada vez que se alcanza el nivel 5, valen lo mismo, pero nuestra intuición asignaría más valor al del nivel 5. Hay instrumentos financieros que aprovechan esa insuficiente intuición. Diseñese *a)* un juego basado en (derivado de) la ruleta que se *aproveche* (usted lector participativo es la banca) de esta falsa intuición, *b)* un instrumento basado en (derivado de) la Bolsa (el Ibex35, por ejemplo) que se *aproveche* (usted lector participativo es el banco) de esta falsa intuición.

Pero, ¿cuál es el valor de estos arbitrajes?, ¿o de cualesquiera otros?, ¿qué beneficio social aportan?, ¿acaso alguno? De acuerdo, admitamos que cumplen una cierta función ecológica, aquí ya casi en la acepción de *survival*

of the fittest, de incentivar la eficiencia de los mercados. Pero eso es bien poco. Me parecen, ética y estéticamente, deleznable y me duele además el papel que en ellos desempeñan los matemáticos, los científicos.

Y vemos cómo aquel lector virtual éticamente indignado tenía razón. Se usa de las Matemáticas para abusar. Mal, muy mal.

Pero, no sólo hay sombras, ni mucho menos, ni siquiera en el ámbito más escabroso de los derivados, donde las Matemáticas ayudan al diseño de instrumentos realmente útiles. El libro de Robert Shiller, *El nuevo orden financiero. El riesgo en el siglo XX*⁵³ describe un potencial uso (que en algún caso ya se está materializando) de cómo usar nuevos instrumentos y los mercados financieros para transferir y gestionar riesgos con finalidad social clara. Muy recomendable.

Pasemos, finalmente, a modo investigador científico. El fenómeno a analizar es el mercado financiero, el complejo mundo de las transacciones financieras. Queremos un modelo-modelo, con sus predicciones exactas y su esquema de refutabilidad⁵⁴. De eso, le dijo el arquitecto al Emperador de Asiria, distamos mucho, si nos empeñamos en el enfoque de la ingeniería descrita. Recordemos el gráfico de Ruelle del comienzo. Hay que incluir los efectos cuánticos, la dosis precisa de *behavioral finance*,

los componentes informacionales. Yo no sé qué es eso de la ciencia informacional, pero la modelización científica de las finanzas ha de ser modelización informacional. Sí, en efecto, también el primer lector virtual al que aludía al comienzo, tiene razón, toda la razón.

No puedo estar más de acuerdo. Los esquemas basados en procesos estocásticos con browniano y saltos, son cándidos, ingenuos. Los modelos actuales no captan detalles de comportamiento. Pero esto no invalida el uso. Invalida el creérselo más de la cuenta. Es un enfoque inocente, pero es el mejor de que disponemos, una aproximación si acaso de orden cero. Permite operar y actuar, con sus riesgos de todo tipo. Y permite analizar y medir y gestionar riesgos, para generar suficientes escenarios en los que discernir el potencial comportamiento de la cartera y de las inversiones o del casamiento de flujos. Esto en cuanto a la ingeniería del asunto, pero también aporta cierto conocimiento teórico, prescriptivo, sobre los cómo generales, ahorro, pensiones, etc.

No se trata de modelización absoluta. En el caso de derivados es casi una técnica de interpolación. Se trata de saber cuánto debería valer, cuál es su precio de referencia. Y hay Matemáticas ahí, porque interpolar entre ese cúmulo de información sin incorporar arbitraje requiere modelos. Modelos más o menos avanzados, pero desde luego interesantes, útiles y fascinantes.

NOTAS

- 1 Los *quants*, los *quantitative*, es como se conoce a los que, en el sistema financiero, aplican técnicas cuantitativas, más o menos avanzadas, a la valoración y la gestión de instrumentos financieros, a la medición de riesgos o a la estrategias de inversión.
- 2 Departamento de Matemáticas. Universidad Autónoma de Madrid. jose.luis.fernandez@uam.es
Tecnología, Información y Finanzas. *Analistas Financieros Internacionales*. jlfernandez@afi.es
- 3 Este diagrama está extraído de *Imposibilidad*, Gedisa, 1999, de J. D.

Barrow. A mano he añadido alguna matización.

- 4 A alguien le leí reflexionar sobre cuán sintomática resulta la transición desde *matemática sublime* que se usaría en nuestro Siglo de Oro o la *matemática elevada* al estilo de Félix Klein: *matemática elemental* desde un punto de vista elevado, a la apelación, habitual hoy en día, de *matemática profunda*. ¿Alarde del hoyo como objetivo?
- 5 ¿sólo parte?
- 6 ¡Perdón, no me he podido contener!
- 7 *To convert a model into a quantitative formula is to destroy its usefulness as an instrument of thought.*

Recibido: 22 de enero de 2007

Aceptado: 25 de enero de 2007

- 8 Bueno, de muchos.
- 9 Con vehemente entusiasmo recomendamos al lector interesado el artículo *Economía y Matemáticas; la visión de un economista* del profesor Julio Segura en el número 131 de la revista *Claves de razón práctica*, para una panorámica selectiva de este uso ubicuo.
- 10 ¿papel film de cocina?
- 11 Donde la teoría de la probabilidad ya se pone seriamente analítica.
- 12 No, no se me ha ido la olla, creo. No más allá de la escora habitual que se precisa para mantener la cordura.
- 13 *Ars Conjectandi. Usum Et Applicatorem Praecedentis Doctrinas in Civilibus, Moralibus Et Oeconomicis.*
- 14 Perdón por tan académica y pedante insistencia.
- 15 Aunque los seguros son, sin duda, finanzas.
- 16 1445-1517.
- 17 Generoso que estaba Goethe.
- 18 *Homenaje a Luca Pacioli* que se puede admirar en el mágico espacio del Chillida-Leku.
- 19 Por cierto, los Médici y los Benci en el Quattrocento eran ya unos financieros muy modernos, en el mejor sentido de capacidad de gestión y de innovación financiera, y también, sí, claro, de rapaces y despiadados. El lector curioso disfrutará con la lectura de *Medici Money: Banking, Metaphysics, and Art in Fifteenth-Century Florence* de Tim Parks.
- 20 Con perdón.
- 21 Recomendamos la consulta de *Strategic Asset Allocation* de John Campbell y (nuestro) Luis Viceira, publicado por la Oxford University Press, en 2002.
- 22 Harry Markowitz y William Sharpe recibieron el Premio Nobel por sus contribuciones en este ámbito de la selección de carteras.
- 23 Una referencia de interés: *Risk and Asset Allocation* de Attilio Meucci, publicado por Springer in Finance en 2006.
- 24 del pasado siglo, ¡ay!
- 25 Riesgo en este contexto es la incertidumbre con efectos negativos.
- 26 El riesgo operativo es (definición oficial) el riesgo de pérdidas que puede resultar como consecuencia de fallos o inadecuación en los procesos internos, sean de sistemas o de personas, o como consecuencia de causas externas. En otras palabras, fraudes, errores en las transcripciones, fallos en los sistemas informáticos, etc.
- 27 financiera, socioeconómica, de comportamiento como cliente.
- 28 *Credit Scoring and Its Applications*, de Lyn Thomas, David Edelman y Jonathan Crook, publicado en *Monographs on Mathematical Modeling and Computation* de SIAM, la Sociedad de Matemática Aplicada e industrial de los Estados Unidos de América.
- 29 de Oldrich Vasicek, o de Michael Gordy.
- 30 o Basilea II, www.bis.org/publ/bcbasca03.pdf
- 31 Por cierto, y como referencia, en el ámbito de los seguros y dentro de la Unión Europea y aledaños se está intentando poner en pie (y luego, en marcha) un marco regulatorio de características similares al NACB. Se conoce como Solvencia II.
- 32 Impago equivale a accidente. Por cierto, ¿era usted consciente, amable lector, de que cuando recibe un crédito de una entidad aseguradora, parte de lo que paga sirva para compensar los impagos de los otros, siempre, de los otros?
- 33 Hasta que deje de hacerlo.
- 34 En inglés: Value At Risk, el valor que está expuesto a riesgo. El cálculo del
- Var es un requisito regulatorio y unas siglas estandarizadas en la jerga. En un anuncio de una entidad de crédito sobre el lanzamiento de sus fondos de inversión se hacía alarde de las capacidades tecnológicas de que disponían sus equipos. En el anuncio se iban comprobando si los distintos departamentos y tecnologías estaban listos para el lanzamiento, emplazándolos por sus siglas. Cuando tocaba preguntar en el anuncio ¿está preparado el VAR? se decidió cambiarlo por un aséptico, ¿está listo el uVe A eRe?
- 35 Una excelente referencia del estado del arte en cuanto a la cuantificación de riesgos es *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools*, de Alexander McNeil, Rudiger Frey y Paul Embrechts publicado en la Princeton Series in Finance en el 2005.
- 36 ya se sabe, los otros son el infierno.
- 37 O quizás sí esté mal. Implícitamente, alguien está vendiendo por debajo de su valor o comprando por encima. No seamos necios, no confundamos valor y precio, como admoniza Machado.
- 38 *Desarrollo, geografía y teoría económica*, Antoni Bosch Ed.
- 39 Vendiendo al descubierto, *short selling*.
- 40 En la lista Forbes de las mayores fortunas del mundo ocupa el lugar 278, con unos dos mil cuatrocientos millones de dólares.
- 41 En esta misma línea: Ed Thorp, de éxito equivalente al de Simons, y la apuesta de John Kelly, aquel ingeniero de los Bell Labs que colaboraba con el gran Claude Shannon, que publicó sus ideas con el aséptico título de *A new interpretation of information, theory* y que hoy se usan en instrumentos financieros bajo el

- nombre de *Constant Proportion Portfolio Immunization*. El lector curioso disfrutará con el libro de William Poundstone, *Fortune's formula*.
- 42** *La Fabulosa Historia de Los Pelayos*, de Iván y Gonzalo García-Pelayo.
- 43** Y para contarlo.
- 44** Sopesar, ponderar, es aquí asignar probabilidad.
- 45** Fischer Black y Myron Scholes, *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*, *Journal of Political Economy* 81 (3): 637-654 (1973) y Robert Merton, *Theory of Rational Option Pricing*, *Bell Journal of Economics and Management Science* 4 (1): 141-183. Trabajos y aportaciones que merecieron el premio Nobel en Economía.
- 46** Sin olvidar los antecedentes, desde esa asombrosa tesis doctoral de Louis Bachelier de 1900, recogida en su libro *Théorie de la spéculation*, hasta las contribuciones de Paul Samuelson o de Benoit Mandelbrojt.
- 47** y Facultades de Economía y Escuelas de Negocios.
- 48** de Alan Brace, Dariusz Gatarek, Marek Musiela y Farshid Jamshidian, aupándose en trabajo pionero de David Heath, Robert Jarrow y Andrew Morton. Consulte el lector aficionado irredento el texto de Damiano Brigo y Fabio Mercurio: *Interest rate derivative: Theory and Practice, with Smile, Inflation and Credit*, publicado en 2006 por Springer in Finance; o el libro de Anton Pelsser, *Efficient Methods for Valuing Interest Rate Derivatives* publicado en la misma colección en el 2000.
- 49** y voluntad epatante.
- 50** Ésta es, en este artículo, LA obligatoria fórmula que un texto que verse sobre Matemáticas debe contener.
- 51** W. Feller, *Introducción a la Teoría de Probabilidades y sus Aplicaciones*, dos volúmenes publicados por Limusa-Wiley.
- 52** ¿quién está entrenado en la repetición de tandas de lanzamientos sucesivos de monedas?
- 53** Publicado en 2003 por Turner Publications.
- 54** o mejor, *falsabilidad*.