

RELATIVIDAD Y MECÁNICA CUÁNTICA, FOTONES Y PARTÍCULAS

ARBOR Ciencia, Pensamiento y Cultura
CLXXXIII 728 noviembre-diciembre (2007) 855-867 ISSN: 0210-1963

Francisco J. Ynduráin

*"Mit der Einsteinsche Relativitätstheorie hat das menschen
Denken über den Kosmos eine neue Stufe erklommen."
("Con la teoría de la relatividad de Einstein,
el pensamiento humano ha ascendido un nuevo escalón
en su comprensión del cosmos.")
H. WEYL, Raur, Zeit, Materie (Berlín, 1918).*

1. INTRODUCCIÓN

En el año 1905, Albert Einstein produjo tres artículos básicos para el desarrollo de la ciencia del siglo XX: un artículo sobre el movimiento browniano, que lo explicaba y, además, proporcionaba un método extremadamente preciso para *contar* átomos (lo que permitió establecer definitivamente la estructura corpuscular de la materia); un artículo en que desarrolló la teoría de la relatividad, algunas de cuyas consecuencias analizaremos; y, finalmente, un artículo en el que estableció que la luz (que hasta entonces se había considerado como una vibración) se comportaba, en el efecto fotoeléctrico, como partículas, a las que él llamó *Lichtquanten* y que son en la actualidad conocidas como *fotones*. Este último descubrimiento, tal vez el más fundamental, llevó –entre otras cosas– al desarrollo de la mecánica cuántica.

No tiene, por supuesto, mucho sentido el discutir cuál de los tres descubrimientos es más importante. Para el gran público, sin duda lo más conocido es la teoría de la relatividad, que ha producido la ecuación más famosa de la física,

$$E = mc^2.$$

Lo menos conocido es la explicación del movimiento browniano, que la mayor parte de la gente (incluidos bastantes

físicos) ignora. Entre los profesionales, la situación es distinta: la importancia del trabajo sobre el movimiento browniano es bien apreciada. En efecto, sin perjuicio de los éxitos de la teoría atómica, incluso a finales del siglo XIX aún quedaban dudas sobre su validez general; y esto debido a que no se había encontrado evidencia *directa*. El especular acerca de la composición atómica de la materia estaba muy bien, pero una prueba de la existencia real de estos átomos requería conocer su tamaño y estudiar sus propiedades. Esto pudo hacerse a principios del siglo pasado en buena parte gracias a los trabajos de Einstein sobre el movimiento browniano, que permitieron *contar* el número de átomos en un gramo de materia (lo que se conoce como el *número de Avogadro*).

No es una exageración decir que los artículos de Einstein sobre el movimiento browniano proporcionan la confirmación final de la teoría atómica de la materia, algo al menos tan importante como la teoría de la relatividad y como la mecánica cuántica.

No cabe duda, sin embargo, que tanto la teoría de la relatividad como la explicación del efecto fotoeléctrico representaron saltos *conceptuales* mucho más grandes que la explicación del movimiento browniano; después de todo, Dalton formuló la hipótesis atómica en 1808 y Avogadro consideró la cuestión de cuál es el número de

átomos contenidos en un gramo de materia en 1811. Lo que no está tan claro es cuál de las dos, relatividad especial o explicación del efecto fotoeléctrico, representan un salto mayor. En general, puede decirse que los físicos con temperamento más matemático se inclinan por la relatividad, y los más fenomenólogos, incluido el propio Einstein, por los *Lichtquanten*. De hecho, el Comité Nobel otorgó a Einstein el premio *no* por la relatividad (especial o general) sino por la explicación del efecto fotoeléctrico. En lo que sigue voy a intentar transmitir lo que, en mi opinión al menos, es más impresionante de los prodigios de intuición que Einstein derrochó al resolver ambas cuestiones.

2. LOS ENIGMAS EN LA FÍSICA A FINALES DEL SIGLO XIX

Más de una vez hemos oído hablar del "optimismo decimonónico". El hombre del siglo XIX, en Europa Occidental y Norteamérica, estaba tan impresionado por los avances tecnológicos que se sucedieron a lo largo de ese siglo que dicho optimismo parecía justificado: en ciencia, al menos. En particular, la solidez de la física basada en las ecuaciones de la mecánica de Newton y Galileo, la teoría cinética del calor y las ecuaciones del electromagnetismo de Maxwell era tal que se conoce a la correspondiente física con el bien merecido nombre de "física clásica". La conjunción de las teorías clásicas parecían ser capaces de explicar todas las fuerzas que actúan en el cosmos.

Sin embargo, la situación no era tan positiva como para justificar plenamente el optimismo de nuestros bisabuelos. En efecto, ya antes de 1900 existían una serie de puntos oscuros y contradicciones en la ciencia (y, en particular, en la física clásica) que requirieron varias revoluciones en la misma; revoluciones conectadas con los descubrimientos de Einstein en su *annus mirabilis* de 1905. En este texto nos vamos a ocupar de algunas de ellas; comenzaremos por enumerarlas.

Contradicción entre la mecánica de Newton y las ecuaciones de Maxwell. Desde el último tercio del siglo XIX se sabía de la existencia de un importante problema de consistencia interna en la mecánica. En efecto, la teoría del electromagnetismo de Maxwell implicaba que la ve-

locidad de la luz es una propiedad del vacío, y por tanto constante independientemente del sistema de referencia desde el que la luz se emite. Mientras que se sabía, ya desde Galileo, que las velocidades deben sumarse. De manera que, si desde una fuente en movimiento con velocidad v se emite luz, su velocidad debería ser $v + c$, siendo c la velocidad de la luz emitida por una fuente en reposo.

Antes de finales de siglo la solución a esta paradoja consistía en suponer la existencia de una sustancia, el éter, en reposo absoluto, que permeaba todo el universo, y en el que se propagaban las ondas electromagnéticas, en particular la luz (el "éter luminífero"). Este éter debería tener propiedades peculiares; para poder soportar las vibraciones del campo electromagnético debía ser más rígido que el acero, pero tenía que ser infinitamente sutil para que su presencia no perturbase los movimientos de los planetas y otros cuerpos celestes.

Contradicción entre la edad de la tierra y la del sol. A principios del siglo XIX comenzó a desarrollarse la ciencia de la geología, pudiendo tomarse como establecidos sus fundamentos entre 1830 y 1833, cuando el británico Charles Lyell publicó los tres volúmenes de sus *Principles of Geology*. En particular, se realizaron estudios de los tiempos que tardan en formarse ciertas rocas y en rellenarse los sedimentos.

La sorprendente conclusión a la que llegaron los geólogos era que la Tierra tiene que ser enormemente vieja para poderse haber formado las estructuras de rocas y sedimentos observados. Desde luego mucho más vieja que los 6.000 años de la tradición bíblica: como veremos, muchísimo más. Digamos de pasada que este hallazgo decimonónico ya había sido anticipado por los griegos, concretamente por Herodoto. Efectivamente, el propio Herodoto observó, durante su estancia en el Egipto medio, la presencia en sus montes de conchas y caparazones de moluscos, de lo que deduce que debió estar en la antigüedad cubierto por el mar, para luego rellenarse con sedimentos: "que dentro del término de veinte mil años a lo menos, no quedase cegado el golfo" (Herodoto, *Historias*). Pero Herodoto fue muy conservador: de las detalladas observaciones geológicas llevadas a cabo en el siglo pasado se deducía que la edad de la Tierra debía ser de miles de millones de años.

No sólo era la tradición bíblica la que estaba en contradicción con los hallazgos de la ciencia de la geología. El problema que ésta planteaba es que la edad del Sol, deducida con los conocimientos de la época, resultaba ser miles o incluso millones de veces inferior a la de la Tierra¹. En efecto, para producir la energía que envía el Sol, la única fuente imaginable era la de la contracción gravitatoria de su inmensa masa gaseosa; lo que efectivamente podía calentar el Sol a los cientos de miles de grados a los que está este cuerpo.

El problema es que esta contracción dura muy poco tiempo (a escala cósmica): como mucho millones de años, no *miles* de millones. Poincaré, en sus *Últimos Pensamientos* (p. 24) muestra su perplejidad por esta enorme discrepancia y, como físico y matemático que era, dirige sus sospechas sobre los resultados de los análisis geológicos. Y Poincaré no fue, ni mucho menos, el único (ni el primero). Algo parecido había expresado ya en 1865 W. Thomson, Lord Kelvin, en una desafortunada comunicación a la *Royal Edinburgh Society*; véase la cita en, por ejemplo, la recopilación de J. M. Sánchez Ron, *Como al león por sus garras*.

Pero la geología estaba totalmente acertada: lo que fallaba era la física. En efecto, la energía que el Sol nos envía no se debe a su contracción gravitatoria; el Sol no se ha contraído apreciablemente en los últimos miles de millones de años. La energía del Sol, o la de cualquier otra estrella, proviene de reacciones nucleares en su interior, algo totalmente inconcebible para un físico del siglo XIX; para entender el mecanismo hay que hacer uso de la relatividad, de la mecánica cuántica y de la física de partículas elementales. De hecho sólo fue a mediados del siglo XX cuando Bethe propuso una teoría satisfactoria de la energía producida por el Sol: teoría que utiliza de forma decisiva las dos nociones que aparecen en los trabajos de Einstein, relatividad y mecánica cuántica.

La radiación a bajas temperaturas. Aunque parecía un fenómeno menor, lo cierto es que estuvo en el origen de la mayor revolución que se ha producido en la ciencia física desde los tiempos de Galileo, la mecánica cuántica. El efecto es sencillo: la cantidad de energía radiada por un cuerpo que se calienta está de acuerdo con lo que las leyes de la radiación electromagnética y la termodinámica implicaban a altas temperaturas; pero a bajas temperaturas (para valor fijo de la frecuencia) los resultados experimentales discre-

paban radicalmente de las predicciones teóricas. En 1900, Max Planck sugirió que esto podía ser debido a que la radiación electromagnética no se emite de forma continua, sino bajo la forma de paquetes discretos de energía, los *quanta* de la radiación: en total contradicción con lo que uno espera del electromagnetismo o la mecánica clásicos, pero en acuerdo con los experimentos.

La radiactividad natural, descubierta en 1896 por Henri Becquerel, presentaba el inexplicable fenómeno de sustancias (el uranio o el radio, por ejemplo) que emiten continuamente energía de forma aparentemente inagotable, y en paquetes discretos: algo que estaba en total contradicción con las ideas clásicas. La explicación del fenómeno tardó siete años en *comenzar* a llegar, cuando en 1905 Einstein identificó masa y energía, completándose (unos treinta años después) al comprobarse que la energía producida por las sustancias radiactivas se hacía a expensas de pérdida de masa y, además, al asociar la emisión en paquetes a la teoría de los *quanta*.

3. LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD ESPECIAL

Volvamos al problema de la inconsistencia de las ecuaciones de Maxwell y de Galileo. A finales del siglo XIX, a partir de 1881, Albert Michelson, primero solo y luego en colaboración con Edward Morley, realizó una serie de experimentos con señales luminosas diseñados para medir la velocidad de la tierra con respecto al éter. Los resultados fueron negativos: aparentemente, la ley de composición de velocidades de Galileo era inválida para la luz, lo que implicaba la necesidad de modificaciones drásticas de la hasta entonces sacrosanta mecánica clásica. Primero Fitzgerald y luego Lorentz y Poincaré comenzaron la formulación de una nueva mecánica, culminada por Albert Einstein en la teoría de la relatividad, que, con la mecánica cuántica, es una de las grandes revoluciones científicas del siglo XX.

La simetría relativista. Podemos expresar la contradicción entre la mecánica de Galileo y Newton y la teoría del electromagnetismo de Maxwell diciendo que las transformaciones de simetría de las ecuaciones de Maxwell no coinciden con las simetrías de la mecánica clásica, lo que las hace incompatibles.



Figura 1. Albert Einstein, en 1905.

Las transformaciones de simetría de la mecánica clásica (es decir, el conjunto de transformaciones que dejan invariantes las ecuaciones de Newton: rotaciones y traslaciones del origen de coordenadas, y paso a sistemas de referencia que se muevan con velocidad uniforme, pero considerando el tiempo como absoluto) constituyen un grupo, conocido como grupo de Galileo: éste fue quien primero se dio cuenta de que las leyes de la física no cambian si realizamos los experimentos en un laboratorio que se mueva con velocidad uniforme.

Las transformaciones de simetría de las ecuaciones de Maxwell fueron estudiadas por el científico alemán Waldemar Voigt en 1887, bastante antes de que se descubriera la teoría de la relatividad. El trabajo de Voigt no fue apreciado, y las transformaciones de simetría de las ecuaciones de Maxwell, que forman las transformaciones relativistas (hoy, con cierta injusticia, conocidas como transformaciones de Lorentz y Poincaré) fueron redescubiertas, independientemente del trabajo de Voigt, simultáneamente por Poincaré y por Einstein, en 1905. La correspondiente teoría se conoce como teoría de la relatividad o, si queremos poner énfasis en que no tenemos en cuenta sino las interacciones electromagnéticas (pero no las gravitatorias), *teoría de la relatividad restringida*.

La moraleja de esta historia es que, si en el siglo XIX y principios del XX, se hubiese prestado más atención a las cuestiones de simetrías, la teoría de la relatividad (restringida) se hubiese descubierto bastante antes, como

reconoció el propio Lorentz ya en 1907. En efecto, un análisis físico de las transformaciones encontradas por Voigt hubiese demostrado que, para velocidades pequeñas en comparación con la de la luz, dichas transformaciones se convierten en las de Galileo: proporcionando la solución correcta a la aparente incompatibilidad de electromagnetismo y mecánica. En el siglo XX la noción de simetría recibió la atención que merece, incluso a veces el péndulo osciló en exceso, y se ha llegado a atribuir a los requisitos de simetría más importancia de la que puede razonablemente justificarse.

No es fácil dilucidar la cuestión de los méritos relativos de Lorentz, Poincaré y Einstein en el desarrollo de la relatividad especial. No cabe duda de que, por ejemplo, Poincaré precedió a Einstein en darse cuenta de la relatividad del *tiempo*, y ya en 1898 escribió que "no tenemos intuición directa de la noción de simultaneidad de sucesos que ocurren en lugares distintos" (Pais², p. 36). Sin embargo, no es menos cierto que Lorentz y Poincaré estaban inmersos en la noción del éter, al que atribuían efectos tales como la contracción de la longitud de los cuerpos en movimiento (*contracción de Lorentz*). Einstein fue quien primero se dio cuenta de que la teoría de la relatividad permitía prescindir de tan peculiar sustancia.

La teoría de la relatividad, a pesar de que se presenta por los no-profesionales como una teoría abstrusa, no es excesivamente difícil de comprender y requiere un formalismo matemático razonablemente sencillo. Sus consecuencias, sin embargo, sí que van en contra de lo que nuestra intuición nos dicta. Además del hecho de que la velocidad de la luz tenga que ser la misma en cualquier sistema de referencia, la relatividad implica que la longitud de un cuerpo que se mueve a velocidad v es percibida por un observador que esté en reposo como *contraída* en el famoso *factor de Lorentz*,

$$\beta = \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Más extraño aún es que el *tiempo* transcurre más lentamente para el objeto que se mueve; esta dilatación temporal viene dada por el mismo factor de Lorentz. El efecto de ralentización del tiempo, indicado por primera vez por Poincaré, ha sido observado innumerables veces, tanto en aceleradores de partículas (en los que se llega

a velocidades que sólo se diferencian en una billonésima parte de la velocidad de la luz, con lo que el efecto es espectacular) como en aviones a gran velocidad o en satélites artificiales.

Finalmente, una consecuencia sorprendente de la teoría de la relatividad es la equivalencia entre *materia* y *energía*. Esto se utiliza en los grandes aceleradores de partículas para *crear* partículas a partir de pura energía; el proceso inverso, la transformación de parte de la masa de los átomos de uranio (o de hidrógeno) en energía nos proporciona la energía nuclear, pacífica o no, además de explicar la procedencia de la energía liberada en procesos radiactivos.

4. LA EXPLICACIÓN DEL EFECTO FOTOELÉCTRICO

Entre las polémicas científicas que jalonaron el siglo XVIII una de ellas, de interés para nosotros en este artículo, fue la que enfrentó a Isaac Newton y al holandés Cristiaan Huygens acerca de la naturaleza de la luz. Newton, basándose en que los rayos de luz siguen trayectorias rectilíneas, mantenía que estos rayos están constituidos de un enjambre de partículas. Huygens sostenía, por el contrario, que la luz consiste en vibraciones del éter.

La evidencia experimental estaba a favor del holandés; las leyes de Snell-Descartes de refracción de la luz implican que ésta es un fenómeno vibratorio. Ciertamente, fue el enorme prestigio de Newton lo que mantuvo abierta la polémica, y sólo en vida de éste. En especial desde los experimentos de interferencia realizados por Young en torno a 1800, que parecían definitivos, la comunidad científica se había decantado por las ideas de Huygens. Fue, por tanto, una sorpresa descomunal para la comunidad científica cuando Einstein mostró que las propiedades del efecto fotoeléctrico sólo podían explicarse si la luz se comportaba en él como un enjambre de partículas, con propiedades de energía idénticas a las imaginadas por Planck en su explicación de la radiación del cuerpo negro cinco años antes. En cierto modo, es un caso de justicia poética el que la misma persona (Einstein) que demostró que había que abandonar la mecánica newtoniana fuese la que diera la razón a Newton³, vindicando sus ideas sobre la naturaleza de la luz: ésta *también* tiene una estructura corpuscular, y un rayo de luz puede también considerarse



Figura 2. Fotografía de la figura de interferencia entre dos ondas, en una superficie de agua.

como un enjambre de partículas, para las que se ha acuñado el nombre de *fotones* (en lugar del de "Lichtquanten" original de Einstein).

El efecto fotoeléctrico se produce cuando la luz incide sobre ciertas sustancias, a las que arranca electrones. Su utilidad, en células fotoeléctricas o cámaras electrónicas o digitales es conocida por todos, de manera que la explicación de dicho efecto tenía no sólo importancia teórica sino también importantes repercusiones prácticas. Durante un cierto tiempo, la explicación de Einstein era un tanto *ad hoc*: para un efecto había que hacer una hipótesis. Pero esto cambió poco tiempo después. A partir de 1920 el físico americano Compton encontró una propiedad más que implicaba un carácter corpuscular de la luz: los fotones pueden "rebotar" sobre partículas materiales y lo hacen con las propiedades de choques entre partículas. Esto, indudablemente, ayudó al Comité Nobel para decidirse a otorgar a Einstein su preciado galardón (en 1922).

Pero la explicación de Einstein del efecto fotoeléctrico no invalidaba la aplastante evidencia de que la luz, o, más generalmente, la radiación electromagnética, presenta en muchos fenómenos un comportamiento ondulatorio.

¿Cómo es posible que un único fenómeno (en nuestro caso, la luz) tenga a la vez propiedades tan distintas como las de ondas y partículas? Porque hay un sinfín de diferencias: las ondas interfieren, las partículas (al menos según lo que se

creía en 1905), no. Otra diferencia entre ondas y partículas es la siguiente: las partículas llegan *de una en una* al detector, pero las ondas llegan de forma continua. Parece, por tanto, que ambas entidades, ondas y partículas, son bien distintas y fáciles de diferenciar.

Los resultados que hemos mencionado son los que se obtienen con partículas y rendijas macroscópicas. Supongamos ahora que realizamos el experimento con electrones⁴ y con rendijas microscópicas; típicamente, del orden de las distancias interatómicas, una millonésima de milímetro. Entonces, encontramos que hay interferencias, con lo cual parece que debemos concluir que el electrón no es una partícula, sino una onda. La posibilidad de un carácter ondulatorio del electrón fue sugerida, en 1923, por Louis de Broglie, que también indicó un posible método de detectar las correspondientes interferencias, en difracción por redes cristalinas. Éstas fueron observadas experimentalmente poco después. El francés se inspiró en las ideas de Einstein para formular su hipótesis, hipótesis que a su vez impresionó fuertemente a Einstein.

Pero la hipótesis de De Broglie (o la de Einstein) no es aceptable sin más: en efecto, los electrones no llegan de forma *difusa* al detector (como lo hacen las ondas ordinarias), sino que lo hacen de uno en uno, tal como ocurriría si fuesen partículas; y lo mismo ocurre con los fotones, en el efecto fotoeléctrico. Tenemos, pues, una aparente contradicción, una paradoja, cuya solución llevó a la formulación de una nueva mecánica, conocida como *mecánica cuántica*, mucho más revolucionaria con respecto a la de Galileo y Newton que la relatividad, y según la cual es imposible tener una descripción completa (en el sentido clásico) del mundo microscópico.

5. LA MECÁNICA CUÁNTICA

La solución a la paradoja del carácter dual onda-corpúsculo de electrones o fotones la dieron Max Born y, con más profundidad, Werner Heisenberg, entre 1925 y 1927. Born propuso interpretar la amplitud de la "onda" del electrón, o del fotón, en un punto, amplitud que podemos denotar como $\varphi(x)$, como una *amplitud de probabilidad*; de forma que su cuadrado $\varphi^2(x)$ –que, si el electrón o el fotón fuesen ondas ordinarias, mediría su intensidad– nos proporciona la *probabilidad* de encontrar a electrón o fotón en el punto x .

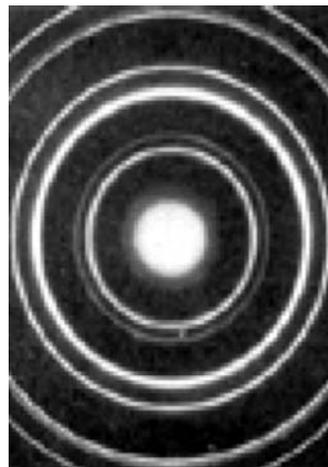


Figura 3. Imagen de difracción producida por electrones al atravesar una red de átomos (oro cristalino).

Puesto que, según esto, no podemos saber exactamente dónde está el electrón, resulta que, a nivel microscópico, las partículas no tienen una trayectoria bien definida. De hecho, se cumplen las famosas relaciones de incertidumbre de Heisenberg: el producto de la indefinición en la posición de un electrón y la indefinición en su velocidad son del orden de una constante característica de los fenómenos cuánticos; dividida por la masa de la partícula. Esta constante es la llamada *constante de Planck*; se denota por el símbolo \hbar ("hache con barra") y es de valor aproximado (en unidades de centímetros, gramos y segundos) de $\hbar = 10^{-27}$: una milésima de billonésima de billonésima.

Por supuesto, esta pequeñez es la que hace que los fenómenos cuánticos no sean perceptibles, en general, en objetos (partículas u ondas) macroscópicos; aunque hay excepciones. Por ejemplo, la superconductividad, que es un típico fenómeno cuántico, afecta a conductores microscópicos, y las propiedades termodinámicas de un gas de partículas idénticas dependen de efectos cuánticos.

Al igual que la mecánica clásica, newtoniana o relativista, tiene sus ecuaciones que nos describen el movimiento de las partículas, la evolución en el tiempo de las funciones $\varphi(x)$, conocidas como *funciones de onda*, viene dada por otras ecuaciones, notablemente por las introducidas por Schrödinger en 1926. Sin embargo, y a diferencia de las ecuaciones de Newton, las de Schrödinger *no* describen la

trayectoria de electrones y fotones –ya hemos dicho que las partículas no tienen trayectoria definida– sino que gobiernan la evolución de probabilidades.

Así como hemos dicho antes que la teoría de la relatividad (especial) si bien extraña, no es excesivamente difícil de comprender por un profesional, puede decirse que, aunque sepamos utilizarla con gran éxito, todavía hoy no hemos acabado de comprender la mecánica cuántica. Desde este punto de vista, no cabe duda que la explicación del efecto fotoeléctrico dada por Einstein en 1905 abrió la puerta a un universo mucho más extraño que su formulación de la teoría de la relatividad.

6. ELECTRODINÁMICA CUÁNTICA: LA PRECISIÓN INHUMANA DE RELATIVIDAD Y MECÁNICA CUÁNTICA EN CONJUNCIÓN

Cuando escribió su famosa ecuación que describe la evolución de partículas en mecánica cuántica, en la aproximación no-relativista, Schrödinger sugirió una generalización que la hiciera compatible con la teoría de la relatividad. Tal ecuación (conocida como *ecuación de Klein-Gordon*, por los nombres de los científicos que más la estudiaron) no describe correctamente los electrones, únicas partículas elementales que se conocían en la época; pero no pasó mucho tiempo hasta que Dirac, en 1928, propusiera una ecuación que describe la evolución de electrones y que, en una primera aproximación, es compatible con relatividad y mecánica cuántica. Aunque la ecuación de Dirac no es completamente satisfactoria, por motivos que veremos después, representa sin embargo un importante paso en la comprensión de los requisitos que la relatividad impone sobre la mecánica cuántica: además de producir varios resultados en acuerdo con las medidas experimentales. En efecto, las correcciones que la ecuación de Dirac implica para los niveles energéticos del átomo de hidrógeno, la llamada *estructura fina*, estaban de acuerdo con los obtenidos en medidas espectroscópicas; y la ecuación de Dirac implica también la existencia de un momento magnético μ_e para el electrón, de valor igual al llamado magnetón de Bohr, $\mu_B = ge\hbar/4mc$, con e la carga eléctrica del electrón y $g = 2$ el llamado *factor giromagnético*, también de acuerdo con el valor experimental. Finalmente, la ecuación de Dirac conlleva la existencia de *antipartículas*: esto es, implica la

existencia, para cada partícula (por ejemplo, el electrón, símbolo e^-), de una antipartícula (el *positrón*, símbolo e^+), con todas las propiedades idénticas a las del electrón excepto la carga eléctrica, que es la opuesta. Y en efecto, el positrón fue identificado por Anderson en rayos cósmicos (1931), habiéndose encontrado sucesivamente todas las demás antipartículas sin excepción.

A pesar de estos éxitos, está claro que la ecuación de Dirac no puede representar una unificación completa de relatividad y mecánica cuántica para las fuerzas electromagnéticas; y esto por los siguientes motivos. En primer lugar, no describe los procesos de emisión y absorción de radiación que se dan, por ejemplo, en la desintegración de los niveles excitados del átomo de hidrógeno; ni la colisión de fotones y electrones, conocida como *colisión Compton*, que ya comentamos con anterioridad.

En segundo lugar, la ecuación de Dirac contiene todavía un potencial, “instantáneo”: mientras que sabemos que la relatividad implica que las interacciones deben propagarse con velocidad finita, a lo máximo la de la luz. Finalmente, y aunque la ecuación de Dirac predice la existencia de los positrones, no describe los procesos de creación y aniquilación de éstos.

La primera objeción a la ecuación de Dirac fue resuelta por el propio Dirac en 1927, de hecho antes de inventar la ecuación que lleva su nombre, en un trabajo que impresionó a Einstein⁵. En él se considera al potencial vectorial electromagnético como un *operador*, capaz de crear o aniquilar fotones.

El reemplazamiento del campo electromagnético clásico (“número- c ”, c de clásico) por un operador (“número- q ”, q de cuántico –*quantum*–) que crea y aniquila las partículas asociadas indicaba la dirección correcta. Todas las partículas deben ser representadas, en una teoría completamente cuántica y relativista, en la que se implemente la posibilidad indicada por la ecuación de Einstein $E = mc^2$ de transformación de materia en energía, por operadores campo conteniendo creación y aniquilación de partículas. A este proceso se le conoce a veces como “segunda cuantización”.

Este programa comenzó a ser implementado, con respecto al campo electromagnético, en los cálculos de Dirac

citados y en los de Enrico Fermi entre 1929 y 1932. Este último presentó una cuantización completa, incluyendo un lagrangiano covariante relativista, para el fotón. Con respecto al campo asociado con electrones y positrones, el camino fue más lento. En 1928, P. Jordan y E. P. Wigner mostraron que, debido al principio de exclusión de Pauli, la cuantización del campo del electrón requería anticonmutadores en lugar de conmutadores. Finalmente, entre 1934 y 1937, Heisenberg y Kramers indicaron que había que reinterpretar la ecuación de Dirac, considerándola como derivada de un lagrangiano.

Es difícil de sobreestimar la importancia de la formulación de segunda cuantización de las interacciones entre electrones (y positrones) y fotones. Ésta permite dar una descripción, unificando relatividad y mecánica cuántica, de todos los procesos puramente electromagnéticos, y resuelve los problemas que presentaba la ecuación de Dirac. Así, la interacción entre partículas cargadas resulta ser debida al intercambio de fotones entre estas partículas, como se muestra en la Fig. 5. En el límite de velocidades pequeñas en comparación con la de la luz, puede demostrarse que la interacción representada en esta figura se reduce a una interacción con un potencial coulombiano ordinario, con correcciones relativistas. Estas correcciones, evaluadas por G. Breit (1929) y E. Fermi y H. A. Bethe (1932) se deben, en particular, a que la interacción descrita por la Fig. 4 no es instantánea, produciéndose un efecto de retardación en el potencial debido a la velocidad finita de propagación del fotón. De nuevo las correcciones de retardación

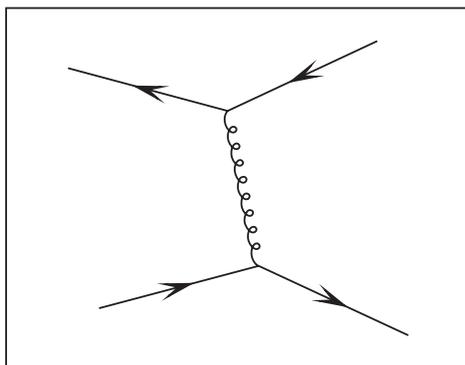


Figura 4. La interacción entre dos partículas se entiende, en mecánica cuántica relativista, a través del intercambio de la partícula correspondiente a la interacción. La línea ondulada representa el intercambio de un fotón para interacciones electromagnéticas.

fueron comprobadas experimentalmente, en especial en el positronio (estado ligado de electrón y positrón) y en el átomo de helio.

Estos éxitos culminaron entre 1949 y 1952 en los trabajos de Schwinger y Feynman (entre otros) que mostraron cómo obtener, al menos en principio, predicciones a orden arbitrario de precisión desarrollando en serie de potencias de la llamada *constante de estructura fina*,

$$\alpha = e^2 / \hbar c \approx 1/137.036 \dots$$

No es éste el lugar de mostrar un conjunto completo de predicciones teóricas, y medidas experimentales en electrodinámica cuántica que hacen a esta teoría de una precisión *inhumana* (en frase de Horgan, en su libro *The End of Science*, Abacus, 1996). Simplemente mencionaremos dos ejemplos.

El primero, tal vez el más impactante, se refiere al momento magnético del electrón. Aquí, damos los valores de la anomalía, $a = g - 2$, que es en lo que se diferencia el momento magnético del magnetón de Bohr (predicho en primera aproximación por la teoría de Dirac). Tenemos,

$$\begin{aligned} \text{Experimento: } a(e) &= (1.159.652.188 \pm 3) \times 10^{-12} \\ \text{Teoría: } a(e) &= (1\ 159\ 652\ 153 \pm 1,2 \pm 28,0) \times 10^{-12}; \end{aligned}$$

El primer error en el valor teórico para $a(e)$ es el debido al cálculo teórico; el segundo es debido a la incertidumbre *experimental* en el valor de α , que hemos tomado como el obtenido del efecto Hall cuántico. De hecho, el error del cálculo teórico cuántico-relativista de $a(e)$ es tan pequeño que podemos obtener el valor más preciso de a utilizando-lo. Si lo hacemos, obtenemos un valor para α ,

$$\begin{aligned} \alpha(\text{del momento magnético}) &= \\ &= 1/(137.035\ 99\ 57 \pm 0.000\ 000\ 52), \end{aligned}$$

casi diez veces más preciso que lo más exacto obtenido con física macroscópica,

$$\alpha(\text{efecto Hall}) = 1/(137.036\ 003\ 70 \pm 0.000\ 003\ 30).$$

El segundo efecto es el conocido como *efecto Lamb* (desplazamientos en los niveles energéticos del átomo de hidrógeno). Aquí,

$$\begin{aligned} \text{Experimento: } \Delta E(2S_{\frac{1}{2}} \ 2P_{\frac{1}{2}}) &= 1057851 \pm 20 \text{ kHz} \\ \text{Teoría: } \Delta E(2S_{\frac{1}{2}} \ 2P_{\frac{1}{2}}) &= 1057862 \pm 30 \text{ kHz.} \end{aligned}$$

El fantástico grado de precisión a que hemos llegado es más evidente si consideramos que los números que estamos citando son *correcciones* a los niveles energéticos, los que, al orden más bajo, vienen dados por la ecuación de Schrödinger. Es decir, los números de las ecuaciones de más arriba deben ser comparados con el *Rydberg*, energía del estado fundamental de átomos hidrogenoides, de valor

$$1 \text{ Ry} = 3 \ 8423.289 \times 10^9 \text{ MHz}$$

la precisión es pues del orden de una parte en 10^9 o incluso 10^{12} .

7. LA RELATIVIDAD GENERAL

No es fácil dilucidar la cuestión de los méritos relativos de Lorentz, Poincaré y Einstein en el desarrollo de la relatividad especial. No cabe duda de que, como ya hemos dicho, Poincaré precedió a Einstein en darse cuenta de la relatividad del *tiempo*.

Pero si hay dudas acerca de la relatividad especial, pocas caben acerca de la paternidad de la relatividad general, que es como se conoce a la teoría relativista de la gravitación: sin despreciar las contribuciones de Grossmann, Hilbert y (posteriormente) Weyl, la relatividad general es claramente hija de Einstein. La relatividad especial permitía reconciliar la mecánica con la teoría de las interacciones electromagnéticas; a partir de 1907 Einstein se concentró en intentar aplicar las ideas relativistas a la otra interacción que se conocía en la época, la interacción gravitatoria, culminando su solución brillantemente en noviembre de 1915.

Los primeros pasos para la solución del problema de cómo integrar la relatividad y la interacción gravitatoria los dio Einstein entre 1907 y 1909. Con relativa rapidez se dio cuenta de algunos efectos que la relatividad implica para los campos gravitatorios. En primer lugar, la luz debe hacerse menos energética cuando más fuerte es el campo gravitatorio en el que se emite; en segundo lugar, un

campo gravitatorio debe *torcer* la trayectoria de los rayos de luz, igual que tuerce la trayectoria de las partículas materiales.

El primer efecto, conocido como el *desplazamiento hacia el rojo* de la luz es una consecuencia del principio de equivalencia de la masa y la energía, relacionado con la famosa fórmula $E = mc^2$; de hecho, es un efecto completamente general que sólo depende de la relatividad *restringida*. En su cálculo de este efecto, Einstein obtuvo el resultado correcto; no así para el segundo efecto, la curvatura de la luz en campos gravitatorios, para el que encontró un valor la mitad del correcto. Esto se debe a que, en 1909, Einstein aún pensaba que el espacio es *llano*.

Todavía le llevó a Einstein tres años hasta que, en 1912, durante su estancia en Zurich, se dio cuenta de que el principio de equivalencia entre la masa inerte (la responsable de que cueste poner en movimiento a un cuerpo) y la pesante (la que hace que el cuerpo sea atraído por la tierra) sólo puede mantenerse si existe una conexión entre la fuerza gravitatoria y la geometría del espacio, lo que implica que, en presencia de un campo gravitatorio, el espacio no es llano. En los años siguientes, y ayudado por el matemático Marcel Grossmann, Einstein estableció los primeros vínculos entre geometría y gravitación. En este momento Einstein cree, equivocadamente, tener ya resuelto el problema; sólo en 1915 se dio cuenta de que la teoría con la que estaba trabajando era incorrecta. En el mismo año, el 25 de noviembre de 1915, Einstein produjo la versión final de la teoría relativista del campo gravitatorio, y escribió el lagrangiano⁶ que hoy se conoce como *lagrangiano de Hilbert-Einstein*. En efecto, el matemático David Hilbert también dedujo, por consideraciones de simetría e invariancia, la dinámica correcta (pero a partir de los propios trabajos de Einstein).

¿Por qué se equivocaba Einstein en 1912, y cómo se dio cuenta de su error en 1915? El error de los primeros intentos de Einstein se debió a tomar la solución más sencilla posible para el campo gravitatorio, y suponer que tiene una sola componente (es lo que se llama un *escalar*). Einstein era un físico, sin duda, y desde el principio consideró que su teoría debía estar de acuerdo con lo que se sabía *experimentalmente* en la época. Por supuesto, la teoría de la relatividad restringida, y el principio de equivalencia entre la masa pesante y la inerte; pero tam-

bién la precesión del perihelio del planeta Mercurio que se sabía, gracias a medidas de gran exactitud, que es de $42,11'' \pm 0,45''$ segundos de arco por siglo⁷. Pues bien: su teoría escalar no proporcionaba sino una pequeña parte de esta cantidad.

Este desacuerdo con el experimento fue el que espoleó a Einstein a seguir buscando alternativas hasta que llegó a la conclusión de que el principio de equivalencia entre masa pesante y masa inerte, que, en particular, implica que todas las partículas siguen la misma trayectoria en un campo gravitatorio (independientemente de su masa), obliga a admitir que la presencia de un campo gravitatorio modifica la propia estructura del espacio. Por decirlo con las propias palabras de Einstein, "Si todos los sistemas referenciales son equivalentes, no pueden ser euclídeos." (Pais, p. 218).

A partir de este momento, Einstein intentó describir el campo gravitatorio con lo que se llama un *tensor*, $g_{\mu\nu}$, que, a la vez que la intensidad de la interacción gravitatoria, describiera la distancia en el espacio y la duración en el tiempo. A finales de 1915 Einstein fue capaz de calcular, con esta teoría, la precesión del perihelio de Mercurio encontrando el valor correcto citado más arriba. De hecho, fue sin duda el esperar a haber acabado dicho cálculo antes de enviar a publicar sus ideas lo que retrasó a Einstein con respecto a Hilbert que, como matemático, no se preocupó de la cuestión.

Este fantástico acuerdo entre la teoría y el experimento fue un auténtico *shock* para Einstein, que (según Pais, p. 265) "estaba fuera de sí por su cálculo del perihelio". Hasta tal punto de que no fue capaz de trabajar durante los tres días siguientes.

La formulación de la teoría de la relatividad general es bastante esotérica; de manera que sólo los especialistas consiguen comprenderla, y ello con dificultades. Como se ha repetido muchas veces, la virtud principal de la formulación einsteniana de la gravitación es que reduce ésta a geometría: en efecto, la misma cantidad que proporciona la métrica del espacio ($g_{\mu\nu}$) representa también al campo gravitatorio, lo que obliga a utilizar métodos matemáticos muy complicados, incluso hoy (en especial en conexión con el problema de los agujeros negros) no bien comprendidos.

El triunfo de la relatividad general. El acuerdo entre el resultado de la teoría de la relatividad general y el valor observado para la precesión del perihelio de Mercurio era, sin duda, importante; pero, en ciencia, no basta con explicar. Como dice Glashow, es muy sencillo inventar teorías que expliquen hechos conocidos. Por ejemplo, la precesión del perihelio de Mercurio también puede obtenerse suponiendo que existe un planeta tan próximo al Sol que su brillo nos lo oculta (como hizo Le Verrier en el siglo XIX) o que el Sol tiene una ligera asimetría (un momento cuadrupolar distinto de cero), como hizo notar, entre otros y algo más tarde, Dicke. Lo difícil es que una teoría también acierte en sus predicciones: y una teoría sólo puede ser tomada en serio si sus predicciones resultan ser validadas por el experimento.

En 1915 había, además de la *explicación* de la precesión del perihelio de Mercurio, una predicción de la teoría de la relatividad general que se podía comprobar experimentalmente, que era la desviación de la luz por un campo gravitatorio. Este efecto es muy pequeño, y sólo es posible medirlo si el campo gravitatorio es muy intenso: de hecho, sólo el Sol posee un campo gravitatorio capaz de producir un efecto medible con los instrumentos de la época. El efecto que se busca es la desviación por el campo gravitatorio del Sol de la luz producida por una estrella que está justo encima del borde del disco Solar (ver figura). Para observar esto hacía falta esperar a un eclipse total ya que, si el brillo del Sol no está suprimido, no es posible observar las estrellas.

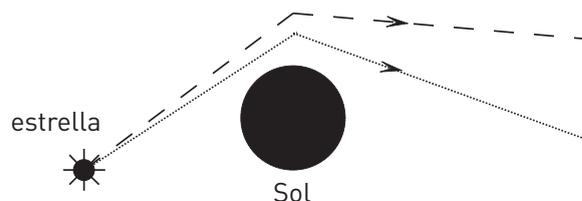


Figura 5. Línea de puntos: trayectoria de la luz enviada por la estrella, según la teoría de la relatividad restringida. Línea continua: trayectoria según la relatividad general.

Este eclipse no tardó mucho en producirse, en 1919. Entonces dos equipos británicos, uno de ellos dirigido por el gran astrónomo Arthur Stanley Eddington, se desplazaron a Brasil y a la isla Príncipe, enfrente de las costas de la

Guinea Ecuatorial española, lugares desde los que la ocultación del Sol era completa.

La expectación era enorme. La teoría de la relatividad restringida predecía un valor para el ángulo de desviación de la luz (ver la figura 6) de 0,85"; éste fue el valor incorrecto hallado por Einstein en 1912. Pero, teniendo en cuenta la curvatura del espacio que la relatividad general implicaba, el número se convertía en el doble, 1,7", que es el valor que Einstein predijo en su artículo de noviembre de 1915.

Los primeros resultados, preliminares, daban un valor para el ángulo de desviación entre 0,9" y 1,8": se observaba claramente un efecto pero todavía no podía decirse qué teoría validaba. Pero los resultados definitivos, tal como se presentaron el 6 de noviembre de 1919 en Londres, en una reunión conjunta de la Royal Society y la Astronomical Society, no dejaron lugar a dudas. El grupo de Brasil obtenía un ángulo de $1,98'' \pm 0,30''$ y el de África $1,61'' \pm 0,30''$: el acuerdo con la predicción realizada por Einstein cuatro años antes era perfecto.

A partir de este momento la fama de Einstein, y el prestigio de la teoría de la relatividad general, se dispararon. Las alabanzas recibidas por ambos (sin duda en un principio merecidas) se hincharon hasta la hipérbola, convirtiéndose persona y teoría en objetos de culto para los *media*; y no sólo los *media*: sobre la base de sus éxitos científicos, a Einstein le ofrecieron la presidencia del Estado de Israel.

No cabe duda que las posteriores comprobaciones experimentales de la teoría han seguido añadiéndole prestigio; y también es cierto que la teoría de la relatividad general es elegante. Sin embargo, tampoco cabe duda de que los éxitos de la relatividad general no justifican el tratamiento reverencial que muchas veces se le da: la teoría einsteiniana de la gravitación es mucho menos exitosa que, por ejemplo, la teoría del electromagnetismo consistente con la mecánica cuántica que se desarrolló en 1940-1950. Aunque en su dominio de validez aparece muy precisa (hasta 9 cifras decimales en algunos casos), este dominio es limitado.

Tal vez la admiración que provoca la teoría de la relatividad general se deba, sobre todo entre los profesionales, a que aparece como una creación pura del intelecto humano; muchos físicos (que no conocen la historia) piensan que

Einstein, basándose tan sólo en consideraciones de simetría y simplicidad muy generales, fue capaz de crear (sin ayuda de información experimental) un edificio que se reveló como una exitosa teoría *física*.

Este punto de vista es muy peligroso. El propio Einstein, en contestación al matemático Felix Klein, en 1917, manifestaba que

"en verdad, me parece que usted sobreestima mucho el valor de los puntos de vista formales. Pueden ser valiosos cuando una verdad ya encontrada [el subrayado es de Einstein] deba formularse de una forma definitiva; pero, como ayudas heurísticas [las consideraciones formales] fallan casi siempre" (Pais, p. 329).

Einstein sabía esto muy bien por su propia experiencia: sus teorías de 1909, basadas en el requisito formal de simplicidad (campo gravitatorio escalar) tuvieron que ser abandonadas. No por falta de belleza o elegancia, sino porque no llevaban al valor correcto de la precesión del perihelio de Mercurio.

8. LOS ÚLTIMOS AÑOS DE EINSTEIN

Desgraciadamente Einstein, tal vez deslumbrado por las excesivas alabanzas que recibió, olvidó los principios que hasta entonces siempre había seguido y experimentó en carne propia los fallos que se siguen de basarse en "consideraciones formales" y olvidar la esencial ayuda y guía que proporcionan a la ciencia los resultados experimentales. En efecto, a partir de los años veinte del siglo pasado, Einstein intentó construir —sobre la base de requisitos formales de consistencia, localidad estricta y simetría— una *teoría del campo unificado* que aunara las dos interacciones que se conocían en la época, electromagnetismo y gravitación, y que evitara las paradojas de la mecánica cuántica.

Einstein fue alejándose más y más de la realidad física; recordemos que, ya en 1924, Chadwick demostró que las interacciones nucleares fuertes no siguen una ley $1/r$ como las eléctricas y gravitatorias, y, en 1932, Fermi escribió la primera teoría de las interacciones nucleares débiles (responsables entre otras de las desintegraciones

beta) que se separaba aún más de las tratadas por Einstein. Como sabemos hoy, cualquier intento de unificar las interacciones fundamentales requiere, en particular, integrar las fuerzas nucleares (fuertes y, en especial, débiles) con las electromagnéticas, mucho antes de intentar incluir la gravitación.

Los coetáneos de Einstein también tenían esto claro. Así, en 1932, Pauli, en una reseña acerca del trabajo sobre teorías unificadas de Einstein escribió:

La siempre fértil inventiva [de Einstein], así como su tenaz energía en la persecución [de la unificación] nos garantizan, en años recientes, un promedio de una nueva teoría por año... Es interesante psicológicamente que la teoría del momento es, por un tiempo, considerada por el autor como la "solución definitiva."

(W. Pauli, *Naturw.*, 20, 186, 1932).

Einstein aún conservaba su lucidez; poco después contestó a Pauli: "*Sie haber also recht gehabt, Sie Spitzbube*": "después de todo tuvo usted razón, bribón" (Citado en País, p. 351.) Pero, a pesar de ello, Einstein volvió a enfrascarse en su programa, del que nunca salió nada de interés.

Algunos de los últimos artículos de Einstein traslucen su amargura por este fracaso. Así, en su contribución al libro "Helle Zeit, Dunkle Zeit" (*Tiempos claros y tiempos oscuros*), publicado por Europe-Verlag en Zurich, 1956, Einstein escribe:

"Parece dudoso que una teoría de campos [clásica] pueda explicar la teoría atómica de la materia y la radiación, al mismo tiempo que los fenómenos cuánticos... Sea ello como fuere, nos queda la confortante enseñanza de Lessing: 'La aspiración a la verdad es más preciosa que su posesión definitiva!'"

Lo cierto es que la tarea de Einstein era imposible. De hecho, cada vez nos parece más claro que su búsqueda unificación era una quimera; y ello, entre muchas otras



Figura 6. Albert Einstein, al final de su vida.

razones, porque –a pesar de su belleza– la teoría de la relatividad general tiene serios problemas de consistencia. Tanto teóricos, con la mecánica cuántica, como experimentales, en la descripción del cosmos, donde nos obliga a introducir entes tales como las llamadas *materia oscura* y *energía oscura* para las que no tenemos ninguna evidencia directa.

A pesar de ello, la frase de Lessing que Einstein cita es un bello epitafio para una obra que siempre buscó la verdad, y que muchas veces la encontró.

Este texto resume las conferencias dadas, entre otros lugares, en el Instituto de España, la Real Academia de Ciencias y la Residencia de Estudiantes.

NOTAS

- 1 Deducida de la geología. Esta edad de la Tierra también planteaba problemas con la deducida de la perdurabilidad del calor interno de la Tierra, cuestión que no discutiremos.
- 2 Las citas a Pais se refieren a la edición española de su biografía de Einstein (A. Pais, *El señor es sutil*, Ariel, 1984).
- 3 Pero sólo en un sentido poético; en la polémica *científica* entre Newton y Huygens era el holandés el que tenía razón.
- 4 Consideramos electrones para fijar ideas; el argumento es válido para cualquier tipo de partículas microscópicas.
- 5 Éste escribió a Ehrenfest: "Tengo dificultad con Dirac. Este equilibrio sobre la mareadora senda entre genio y locura, es sobrecogedor". (Citado en el libro de A. Pais.) Todas las citas al libro de Pais se refieren a esta edición.
- 6 La función de Lagrange, o lagrangiano, es la función que determina la dinámica de una interacción.
- 7 Este pequeño efecto se conocía desde mediados del siglo XIX y era inexplicable con la mecánica de Newton.