

EINSTEIN Y LA COMPLEJIDAD

ARBOR Ciencia, Pensamiento y Cultura

CLXXXIII 728 noviembre-diciembre (2007) 877-887 ISSN: 0210-1963

David Jou

*Universitat Autònoma de Barcelona
08193 Bellaterra*

ABSTRACT: *We study Einstein's contributions to thermodynamics and statistical physics and their influence on some fields of physics which have led to current studies on complexity. We focus our attention on the use of fluctuations and entropy as a common framework for light and matter, which led him to some of his fundamental contributions (photoelectric effect, Brownian motion, specific heat of solids, stimulated light emission, Bose-Einstein condensation). We underline some aspects of Einstein's research style: extrapolations, analogies, simplifications. We underline the relationship between light and matter as a common link of his researches in statistical physics.*

KEY WORDS: *Einstein. Photoelectric effect, Brownian motion, specific heat of solids, stimulated light emission, Bose-Einstein condensation.*

INTRODUCCIÓN

La categoría conceptual de los sistemas complejos como campo de estudio específico y bien identificado de la física y otras ciencias es un concepto relativamente reciente, que surge a mitades de la década de los 1970 como consecuencia de los desarrollos en dinámica no lineal, geometría fractal, caos determinista, sinérgica, puntos críticos y termodinámica de no equilibrio. Por ello, debemos matizar adecuadamente al tratar la relación de Einstein con la complejidad, ya que durante la vida de éste este concepto aún no resultaba vigente con el sentido especializado que le otorgamos hoy. Aquí, nos proponemos estudiar las contribuciones de Einstein a la termodinámica y la mecánica estadística y analizar las resonancias de su obra en las ramas de la física que han conducido hasta la consideración actual de lo complejo.

Estudiaremos también algunas facetas del estilo de investigación de Einstein, que se manifiestan con especial claridad en este campo: veremos que, a diferencia de la inmediatez y linealidad de sus desarrollos en relatividad

RESUMEN: Presentamos las contribuciones de Einstein a la termodinámica y la mecánica estadística y su resonancia en ramas de la física que han conducido hasta la consideración actual de lo complejo. Nos referimos especialmente al uso de las fluctuaciones y de la entropía como marco común y nexo de unión entre luz y materia, que le conducen a algunas de sus aportaciones fundamentales (efecto fotoeléctrico, movimiento browniano, calor específico de los sólidos, emisión estimulada de la luz, condensación de Bose-Einstein). Consideramos también algunas facetas del estilo de investigación de Einstein, que se manifiestan con especial claridad en este campo: extrapolaciones, analogías, simplificaciones. Destacamos especialmente la importancia de la relación entre luz y materia en sus investigaciones.

PALABRAS CLAVE: Einstein. Efecto fotoeléctrico, movimiento browniano, calor específico de los sólidos, emisión estimulada de la luz, condensación de Bose-Einstein.

especial, en sus estudios sobre la naturaleza de la luz –como en los de relatividad general– aparecen extrapolaciones injustificadas, analogías dudosas, indecisiones y simplificaciones excesivas que, sin embargo, le conducen a resultados correctos. Asimismo, y como hilo conductor de este artículo, destacaremos la importancia de la relación entre luz y materia en sus investigaciones, que le conducen prácticamente a reinventar la luz, como la había reinventado Newton –que vio tras la simplicidad aparente de la luz blanca la complejidad de una suma de todos los colores– y Maxwell –que descubrió la naturaleza electromagnética de la luz.

La relación entre Einstein, la termodinámica y la mecánica estadística ha recibido una atención relativamente escasa en comparación con la otorgada a sus aportaciones a la relatividad y la física cuántica. Sin embargo, la influencia de estas especialidades es esencial en Einstein, no sólo en su análisis del movimiento browniano, sino como método de estudio que le condujo a la mayoría de sus aportaciones a la física cuántica. Trataremos de dar una visión concisa de las aportaciones de Einstein (parte A) y de sus reper-

usiones a lo largo del siglo XX y en el momento actual (parte B). Como se dedica una conferencia a Einstein y la física cuántica –aspecto profundamente vinculado a la física estadística– enfocaremos nuestra atención a lo más relevante desde el punto de vista estrictamente estadístico sin extendernos en consecuencias cuánticas.

PARTE A: LAS APORTACIONES DE EINSTEIN

Durante sus estudios de física en la ETH (Eidgenössische Technische Hochschule, o Escuela Politécnica Federal) de Zurich, Einstein se interesó especialmente por la mecánica de Newton y su examen crítico por parte de Mach, por el electromagnetismo de Maxwell y por la interpretación cinético-estadística de Boltzmann de la termodinámica, influencias que resultarán decisivas en su obra. En particular, le sedujo la termodinámica como lenguaje macroscópico por encima de descripciones microscópicas diversas, incluso antagónicas, de la realidad física. En sus notas autobiográficas, escritas poco antes de cumplir los setenta años, evocaba así el entusiasmo que le produjo esta ciencia: "Una ley es tanto más impresionante cuanto mayor es la simplicidad de sus premisas, más diferentes los tipos de sistemas con que se relaciona y más extenso su dominio de aplicación. De ahí, la profunda impresión que me produjo la termodinámica clásica. Es la única teoría física de contenido universal de la cual estoy convencido de que, en el marco de validez de sus conceptos básicos, nunca será destronada".

Cuando Einstein termina sus estudios, en 1900, algunas de las grandes cuestiones abiertas en física son la existencia o inexistencia de los átomos, tema directamente relacionado con la constitución de la realidad física, y dos cuestiones de consistencia interna: el contraste entre la aparente exigencia de un sistema de referencia privilegiado en electromagnetismo y la ausencia de tal necesidad en mecánica, y el conflicto entre la reversibilidad de la descripción mecánica microscópica y la irreversibilidad de la termodinámica. A estas cuestiones generales podemos añadir un elenco de problemas más concretos, como por ejemplo la termodinámica de la radiación, el carácter discreto de los espectros atómicos, el origen de la radiactividad, las anomalías de los calores específicos, la naturaleza del éter electromagnético, o la imposibilidad de

detectar el movimiento de la tierra respecto de dicho éter. Pese a la existencia de tantas cuestiones abiertas, varios autores consideraban que se vislumbraba la culminación de la física en cuanto a marco explicativo esencial de la naturaleza: se referían a los éxitos de la teoría electromagnética, que había conseguido incorporar la óptica, de la mecánica analítica y de los medios continuos, y de la termodinámica y la teoría cinética, aplicadas a un número creciente de sistemas y situaciones. Se dispone, pues, de un corpus teórico de gran potencia y amplitud, aunque con retos fundamentales, no siempre reconocidos como tales.

A.1. Los primeros trabajos: fluctuaciones y moléculas I

El tema que más ocupa al joven Einstein acabado de graduar es la existencia de los átomos, que era objeto de profundas discusiones. El positivismo imperante en aquel tiempo –defendido especialmente por Mach y Ostwald, entre los científicos eminentes– deslegitimaba el uso de entidades no observables; por otro lado, el descubrimiento de la energía como magnitud conservada restaba atractivo filosófico a los átomos, cuya introducción en el pensamiento griego estuvo motivada como elemento de permanencia tras la diversidad y los cambios, conciliando el pensamiento de Parménides y el de Heráclito. En cambio, el descubrimiento del electrón por Thomson y Zeeman en 1897 como constituyente discreto de la electricidad, y algunos resultados de la teoría cinética de los gases estimulaban a buscar elementos discretos de la materia.

La defensa de la existencia de los átomos pasaba por evaluar el número de Avogadro (número de moléculas en un mol de sustancia) y el tamaño molecular; cuantas más estimaciones independientes y diversas de estas magnitudes coincidiesen, mayor sería su verosimilitud. La teoría cinética de Maxwell y Boltzmann permitía evaluar los radios de las moléculas de los gases a partir del recorrido libre medio (deducido de los coeficientes de transporte, a saber, la viscosidad, el coeficiente de difusión, la conductividad térmica, la conductividad eléctrica), y del volumen molar en fase líquida. El objetivo del joven Einstein es contribuir a estas estimaciones, no tanto en los gases como en los líquidos, para los cuales no se dispone aún de una teoría estadística satisfactoria, pero que

es un campo en plena efervescencia, tras los resultados de van't Hoff sobre la presión osmótica de disoluciones (van't Hoff recibe el primer premio Nobel de Química, en 1901). Efectivamente, si el tamaño de las moléculas obtenido en estado líquido coincidiera con el obtenido en estado gaseoso, proporcionaría otro argumento a favor de la existencia de los átomos.

Los dos primeros artículos de investigación de Einstein, publicados en 1901 en *Annalen der Physik*, están dedicados a la termodinámica de superficies y pretenden obtener información sobre el tamaño de las moléculas y las leyes que rigen sus interacciones, a partir de la tensión superficial y su variación con la temperatura, una línea que Einstein abandonó pronto. Los tres artículos siguientes se dirigen a la fundamentación microscópica de la termodinámica, y a la cuestión de las fluctuaciones y su compatibilidad con el segundo principio. Boltzmann había puesto en relieve la importancia de las ideas estadísticas para la comprensión del segundo principio de la termodinámica (a saber, la imposibilidad de procesos que reduzcan la entropía en sistemas aislados) y había relacionado la entropía S de los estados macroscópicos con su probabilidad microscópica W como $S = k \ln W$, con k la constante de Boltzmann (igual a R / N_A , con R la constante de los gases ideales y N_A el número de Avogadro). Einstein profundiza en esta relación para obtener una idea más clara, aunque fenomenológica, del significado de W y para intentar determinar k y, a partir de ella, el número de Avogadro. Para ello, invierte la relación de Boltzmann y calcula W a partir de la entropía, como $W = \exp(S/k)$. Ello le conduce, en 1904, a una expresión para la probabilidad de las fluctuaciones de energía en un sistema aislado compuesto de dos subsistemas, que es el primero de sus resultados que permanecerá como referencia en la física posterior.

Su expresión para dichas fluctuaciones –que había sido obtenida por Gibbs en 1902 de forma más general por otros métodos– tendrá posteriormente una amplia influencia. Para Einstein, estas fluctuaciones, aunque pequeñas, tienen un gran atractivo, ya que podrían dar indicios de la medida de los átomos y del valor de N_A . Posteriormente, en 1910, Einstein se interesará por la opalescencia crítica, una manifestación de las fluctuaciones en las proximidades del punto crítico, donde quedan muy incrementadas.

A.2. Termodinámica de la radiación y efecto fotoeléctrico: de la materia a la luz I

Llegamos al célebre año 1905. El primer artículo enviado a publicar por Einstein, en marzo, es el llamado artículo sobre el efecto fotoeléctrico. Su presentación habitual en los libros de texto constituye una auténtica falsificación epistemológica: se presenta a un Einstein interesado por resolver un problema experimental concreto –que en aquel momento aún no es conocido con suficiente profundidad– cuando, en cambio, la lectura del artículo revela una actitud muy diferente.

Como hemos dicho, dos de los grandes problemas abiertos de aquel momento son la existencia de los átomos y la termodinámica de la radiación, o, para otros autores, la idea de lo discontinuo (átomos de la materia) como opuesto a lo continuo (la luz, entendida como radiación). Einstein busca en la termodinámica un puente sobre esta oposición y calcula la entropía de la radiación del cuerpo negro a partir de la ley de Wien y la compara con la entropía de los gases ideales. Ambas expresiones tienen la misma forma: el logaritmo del cociente de los volúmenes final e inicial, multiplicado por un factor, que en el caso de los gases está relacionado con el número de partículas, y en la radiación es proporcional a la energía total dividida por la constante de Planck h y la frecuencia f . Al comparar ambos factores, se concluye –en una analogía ciertamente dudosa– que la energía de la radiación se divide en cuantos de valor hf . Einstein propone tres situaciones en que esta discontinuidad podría resultar relevante: el efecto fotoeléctrico, la fotoionización de gases y la ley de Stokes de la luminiscencia. Es probable que su búsqueda de elementos discretos –átomos– tras la continuidad aparente de la materia le facilitara el salto hacia la búsqueda de elementos discretos tras la radiación. De hecho, al principio Einstein no consideró incompatible el carácter discreto de la luz con las ecuaciones de onda electromagnéticas, sino vio éstas como una especie de aproximación hidrodinámica a una realidad discreta más profunda, tal como las ecuaciones de la hidrodinámica constituyen una excelente descripción de muchos fenómenos naturales, pese a describir en realidad el comportamiento de un gran conjunto de partículas.

Por este trabajo, especialmente en lo que al efecto fotoeléctrico se refiere, Einstein recibió en 1921 el premio Nobel de Física. Hubiera sido interesante que su discurso

hubiera versado sobre este tema, pero no fue así, porque no pudo asistir a la entrega, ya que se hallaba lejos de Europa –parte de discurso de Millikan en 1923 se refiere al efecto fotoeléctrico y a la validación de la ley de Einstein y nos permite adentrarnos en la visión de los científicos de aquel momento. El trabajo de Einstein distó mucho de ser un éxito inmediato. Planck y Wien, por ejemplo, no aceptaron la idea de una radiación discontinua, calificada por Planck de error disculpable de Einstein en su presentación de éste a la Academia Prusiana de Ciencias (1913), y puesta en cuestión por Wien en su discurso de recepción del premio Nobel (1911). En efecto, Planck y Wien creen, durante un tiempo, que la luz es continua, y que sólo es discontinua su emisión, pero no su absorción, en contra de lo propuesto por Einstein en su artículo.

A.3. El movimiento browniano: fluctuaciones y moléculas II

En julio de 1905, Einstein presenta en Zurich su tesis doctoral, sobre una nueva medición del tamaño de los átomos, que será publicada en *Annalen der Physik* a principios de 1906. Prolongación de este trabajo es el artículo sobre el movimiento browniano, de 1905. Ambos están directamente relacionados con el tamaño de los átomos y las fluctuaciones y en ambos artículos se efectúan hipótesis análogas: las partículas en suspensión se comportan como las moléculas en un gas (una idea procedente de la ley de van't Hoff para la presión osmótica) y, asimismo, se comportan como cuerpos sólidos en suspensión, en lo que a la fricción hidrodinámica se refiere, idea que, a pesar de su apariencia inofensiva, constituye una extrapolación sin fundamento, ya que las fórmulas de la fricción hidrodinámica sólo son válidas, en principio, cuando los objetos son muchos mayores que las moléculas del fluido. La idea de que el movimiento browniano pueda ser producido por las colisiones de las moléculas del fluido circundante en su agitación térmica no era nueva; la aportación de Einstein es proponer que las colisiones que impulsan las partículas también proporcionan la fricción que las frena –ello conducirá, posteriormente, a los teoremas de fluctuación–disipación, de los que ya hablaremos.

La tesis propone nuevas maneras de medir el tamaño de los átomos en los líquidos. Para ello, necesita dos informaciones independientes, ya que desconoce tanto el número de

moléculas como su radio. En primer lugar, evalúa la viscosidad de una suspensión de partículas en un disolvente de viscosidad conocida. La aportación de dichas partículas a la viscosidad de la disolución es igual a la viscosidad del disolvente multiplicada por cinco medios de la fracción de volumen ocupada por dichas partículas (en la tesis había un error de cálculo que hizo omitir el mencionado factor numérico). En segundo lugar combina la fórmula de van't Hoff para la presión osmótica con la expresión para la fuerza de fricción en función de la velocidad, y obtiene la llamada relación de Einstein entre el coeficiente de difusión D , la temperatura T y el coeficiente de fricción γ de la partículas, a saber $D = k_B T / \gamma$. Para esferas rígidas, γ viene dada por la ley de Stokes, $\gamma = 6\pi\eta r$, con r el radio de las partículas y η la viscosidad del disolvente. Así, el conocimiento de la viscosidad del disolvente puro y de la constante de difusión del soluto en dicho disolvente permite hallar el radio molecular.

En mayo de 1905, pocos días después de terminar la tesis doctoral, Einstein envía a publicar un artículo que prolonga y amplía este tema, relacionado con el movimiento browniano. De hecho, Einstein no tiene como objetivo describir este movimiento, del cual afirma no tener conocimiento suficiente, sino obtener el número de Avogadro. Ahora, Einstein considera partículas relativamente grandes, de radio conocido, suspendidas en el fluido, en cuyo caso no conoce el valor de D . Para obtenerlo propone partir de las fluctuaciones de la posición y de la relación macroscópica de la teoría de difusión entre el incremento del radio de una gota que se difunde y el tiempo transcurrido, $\langle x^2 \rangle = 2Dt$. Al combinar este resultado con la relación $D = k_B T / \gamma$ obtenida en la tesis, se puede hallar directamente el número de Avogadro. Observemos que este trabajo propone un modelo microscópico para la difusión y lo convierte en un método para hallar el número de Avogadro.

Einstein vuelve a este tema en 1906 y 1908, ya plenamente consciente de que dicho movimiento irregular de las partículas es el movimiento browniano, y amplía su estudio al caso rotacional. Jean Perrin utilizará este método, entre otros, para hallar el número de Avogadro. Por estos trabajos, Perrin recibe el premio Nobel en 1926, y destaca en su discurso la importancia de los estudios de Einstein y de Smoluchowsky sobre el movimiento browniano.

A.4. El calor específico de los sólidos: de la luz a la materia I

A partir de estos trabajos, Einstein da por sentada la existencia de los átomos, y dirige su atención a la ley de Planck. En 1907, se interesa por las anomalías del calor específico de los sólidos, como un posible campo de prueba de ésta. Efectivamente, las anomalías de los calores específicos –especialmente de los gases– eran uno de los argumentos contra la teoría cinética de la materia, ya que el teorema de equipartición predecía resultados en desacuerdo con las experiencias. Uno de estos desacuerdos se refería al calor específico de los gases de moléculas diatómicas, cuyo calor específico molar a volumen constante es $(5/2)R$ en lugar de $3R$. En lo que respecta a los sólidos cristalinos dieléctricos, su calor específico molar debería ser $3R$, y así ocurre en muchos casos, según la ley de Dulong y Petit, una constatación experimental de 1819. Se sabía, sin embargo, que en el diamante y algunos otros materiales el calor específico era inferior y que al bajar la temperatura, el calor específico de otros materiales también decrecía.

Einstein tiene una idea simple y elegante, aunque aventurada: del mismo modo que las oscilaciones electromagnéticas están cuantificadas –de hecho, lo que para Planck está cuantificado son las energías de unos osciladores relacionados con la radiación–, podrían estarlo las oscilaciones de los átomos en torno a sus posiciones de equilibrio en los cristales. Al fin y al cabo, los problemas surgidos al aplicar la equipartición de la radiación del cuerpo negro (estudiada por Rayleigh y Jeans en 1899) se resuelven al utilizar, en su lugar, la distribución de Planck para la energía por oscilador. Así, en lugar de aplicar el teorema de equipartición a las oscilaciones de los átomos en los cristales, les aplica la distribución de Planck, considerando constante la frecuencia de vibración. Su resultado conduce a la anulación del calor específico cuando la temperatura absoluta tiende a cero, y explica en qué casos y a partir de qué temperaturas se produce un decrecimiento del calor específico a medida que desciende la temperatura, apartándose así del valor constante predicho por el teorema de equipartición.

El resultado de Einstein, según el cual el calor específico a bajas temperaturas tiende exponencialmente a anularse, no concuerda con los datos experimentales, según los cuales tiende a cero como T^3 . Esta discrepancia será explicada

por von Kármán y Born en 1911 y, con mayor simplicidad, por Debye en 1912, al tener en cuenta el espectro de las oscilaciones elásticas en los sólidos, en lugar de considerar que todos los átomos vibran con la misma frecuencia.

El trabajo sobre el calor específico contribuirá enormemente a difundir las ideas cuánticas. En efecto, antes de él, el problema cuántico se circunscribía al tratamiento de la radiación del cuerpo negro. A partir de ahora, se comprenderá que es algo mucho más general, y se empezará a aplicar a las oscilaciones en los sólidos e incluso en los átomos, en trabajos precursores de las aportaciones decisivas de Bohr de 1913. En cuanto al prestigio de Einstein, aumenta súbitamente. Wien, en su discurso de recepción del premio Nobel de Física en 1911, cita su trabajo como una contribución importante. Nernst, que propone en 1906 el teorema del calor, que hoy conocemos como tercer principio de la termodinámica, y como consecuencia del cual los calores específicos deben tender a cero cuando T tiende a cero, se entusiasma con el trabajo de Einstein, dedica grandes esfuerzos experimentales a estudiar los calores específicos a bajas temperaturas y, siguiendo la idea de Einstein, muestra que uno de los grados de libertad rotacionales de las moléculas diatómicas queda congelado a temperatura ambiente, explicando así la anomalía del calor específico de dichas moléculas, cosa que evoca en su discurso de recepción del premio Nobel de Química en 1920. La física cuántica, de repente, se amplía a toda la materia.

Nernst es un personaje influyente y, de acuerdo con Planck, conseguirá que se ofrezca a Einstein una plaza en la Academia Prusiana de Ciencias, en Berlín, en 1913. En 1911, el tema de la física cuántica y de la radiación (*La théorie du rayonnement et des quanta*) es la base del primer Congreso Solvay de 1911, en Bruselas, una reunión organizada por Nernst y patrocinada por el magnate Solvay, restringida a una veintena de las máximas figuras científicas de la época, y en el que Einstein participa con una ponencia sobre el estado actual del problema de los calores específicos. Entre los participantes, cabe mencionar Mme Curie, Lorentz, Poincaré, Rutherford, Wien, Jeans, Langevin...

El tema de los calores específicos de los sólidos no concluye aquí. Sigue habiendo anomalías en los metales, ya que los electrones contribuyen muy poco al calor específico en comparación con las predicciones de la equipartición,

pero el origen de esta anomalía no se comprenderá hasta el advenimiento de la estadística cuántica de Fermi-Dirac, en 1926.

A.5. Termodinámica de la radiación: de la materia a la luz II

A partir de 1907, la atención de Einstein se centra en la formulación de la relatividad general, que le toma ocho años de trabajo muy intenso, hasta 1915. Sin embargo, la termodinámica y estadística de la radiación no dejan de interesarle, aunque de forma esporádica.

En 1909, estudia las fluctuaciones de la energía de la radiación, y el movimiento browniano de un espejo inmerso en radiación: vemos cómo el análisis de las fluctuaciones constituye para él un instrumento de primer orden y como transfiere ideas de sus estudios sobre la discontinuidad de la materia a la discontinuidad de la radiación y viceversa. No trataremos este tema con detalle, ya que sus consecuencias afectan sobre todo la física cuántica. Basta decir que en sus resultados de 1909 pone de manifiesto que a partir de la distribución de Planck se obtiene una doble contribución a las fluctuaciones de energía y de cantidad de movimiento: una se comprende bien si la radiación se comporta como partícula (es la contribución correspondiente a Wien) y la otra cuando se comporta como onda (en el límite de longitudes de onda grandes, descrito por la ley de Rayleigh-Jeans). Constituye, pues, la primera manifestación de una dualidad partícula-onda, pero Einstein se limita a comentarla brevemente ("la nueva teoría de la luz deberá ser interpretada como una fusión de las teorías de ondas y de emisión") y no la explota hasta sus últimas consecuencias. Asimismo, pierde la ocasión de asociar al cuanto de radiación un momento E/c , algo que no hará hasta siete años después.

En 1917, regresa a la termodinámica de la radiación con un artículo decisivo, en que considera una mezcla de un gas de dos niveles (descrito por la estadística de Boltzmann) y radiación. En este trabajo se pregunta por la forma de la distribución de energía de la radiación para que resulte consistente con el equilibrio con el gas. Lo más obvio es suponer un término de emisión espontánea de los átomos excitados (aunque esta espontaneidad, falta de determinismo tanto en el instante del decaimiento como en la dirección de la emisión, le llevará posteriormente a disentir

de la completitud de la cuántica) y un término de absorción, proporcional a la densidad de radiación. Pero estos dos términos le conducen a la ley de Wien, y no a la de Planck. Para obtener esta última se ve forzado a proponer un nuevo fenómeno, la emisión estimulada, a saber, una emisión proporcional a la densidad de radiación, de modo que un átomo excitado tendería a desexcitarse en presencia de radiación a longitud de onda adecuada. Este término será posteriormente la base del máser y del láser, que no se lograrán en la práctica hasta finales de los años 1950.

A.6. Estadística de Bose-Einstein: de la luz a la materia II

El trabajo de 1917 a que nos acabamos de referir nos muestra a Einstein interesado por los fundamentos de la distribución de Planck. En junio de 1924 recibe una carta de S. N. Bose, investigador hindú que ha ideado una manera de deducir dicha distribución, completamente independiente del electromagnetismo, simplemente a base de contar los fotones como partículas indistinguibles y distribuirlos en regiones del espacio de fases de volumen h^3 . Einstein comprende inmediatamente el valor de esta aportación, la traduce al alemán y la envía a publicar. Pero su experiencia en la frontera entre luz y materia le lleva a generalizar esta deducción a los gases ideales.

Las diferencias esenciales entre la luz y la materia son dos: la forma de la energía (cinética, en el caso de los gases) y el número fijo de partículas, que se debe tener en cuenta mediante un potencial químico (el número de fotones, en cambio, no está fijado, por lo cual su potencial químico es nulo). Einstein publica estos resultados a finales de 1924: en ellos, generaliza la ley de Planck –convenientemente modificada– a la materia, con lo cual logra explicar la disminución de los calores específicos de los gases a baja temperatura y su anulación –así como la de la entropía– cuando la temperatura absoluta tiende a cero. Incidentalmente, este artículo jugó un papel importante en la historia de la mecánica cuántica, ya que atrajo el interés de Schrödinger hacia las ideas de de Broglie, lo cual le condujo a su célebre ecuación.

A comienzos de 1925 Einstein advierte –matemáticamente– que al bajar la temperatura por debajo de un cierto valor crítico, un número macroscópico de átomos pasan a poblar el estado de energía más baja: la condensación

de Bose-Einstein. Este fenómeno resulta sorprendente, ya que entre los átomos no hay ninguna interacción atractiva, pero es una consecuencia de la dualidad corpúsculo-onda. En término medio, la longitud de onda asociada a partículas de masa m en un gas temperatura T es la longitud de onda térmica de de Broglie, dada por $\lambda_{dB} = h / (2\pi mk_B T)^{1/2}$. Cuando λ_{dB} es mayor que la separación media entre los átomos, lo cual ocurre a temperaturas suficientemente bajas, éstos empiezan a manifestar comportamiento colectivo; en particular, ello se da, según Einstein, cuando $n\lambda_{dB}^3 > 2,61$. Considerado primero como una mera curiosidad matemática, este proceso –que es el primer ejemplo de transición de fases deducida microscópicamente– constituirá posteriormente la base teórica de la superfluidez y de la superconductividad, como veremos en la parte B.

La estadística de Bose-Einstein no sirve para todas las partículas, sino sólo para las de spin entero. Ello no se comprendió hasta un par de años después, en concreto, después de que Pauli formulara el principio de exclusión para los electrones en los átomos, en 1925, y de que Fermi y Dirac estudiaran sus consecuencias, que implican a efectos prácticos una repulsión de tipo puramente estadístico entre las partículas, de modo que no puede haber dos de ellas en el mismo estado, al contrario de lo que ocurre con la estadística de Bose-Einstein.

Para tener una idea más completa de las relaciones de Einstein con la termodinámica, conviene recordar otras dos aportaciones, mucho menos influyentes y conocidas. Una es la transformación relativista de las magnitudes termodinámicas, en especial la temperatura, que se plantea, por ejemplo, al considerar un cuerpo negro en movimiento, tema que interesó tanto a Einstein como a Planck. La conclusión de ambos autores, en 1908, fue que la temperatura medida por un observador en movimiento debería ser menor que la medida por el observador en reposo, a causa del efecto Doppler relativista transversal, y a la invariancia de la ley de Wien. Sin embargo, pocos temas ha habido que hayan suscitado dudas durante tan largo tiempo entre los físicos. Einstein en 1952, y algunos otros autores hacia 1965 concluyeron que la temperatura debía aumentar, en lugar de disminuir, ya que la energía interna constituye la componente temporal del cuadri-vector energía-impulso. La otra aportación son diversas patentes de refrigeradores: entre 1926 y 1930, Einstein y Szilard, entonces un joven estudiante de doctorado,

patentaron diversos modelos de neveras que funcionaban sin partes móviles, a presión constante, con una mezcla de amoníaco, butano y agua. La nevera era alimentada por una llama, por lo cual podía instalarse en zonas donde no hubiera llegado la electricidad, y sufría pocas averías. Algunas patentes fueron compradas por Electrolux o AEG, y se llegó a desarrollar un prototipo, pero finalmente no salieron al mercado porque no resultaban suficientemente competitivas.

PARTE B. LA INFLUENCIA DE EINSTEIN A LO LARGO DEL SIGLO XX Y EN LA ACTUALIDAD

La influencia de Einstein sobre la física estadística a lo largo del siglo XX ha sido profunda y sigue siendo importante en la actualidad. Destacaremos especialmente su impacto en el estudio de fluctuaciones, el movimiento browniano, la naturaleza de la luz, y las estadísticas cuánticas, en especial la condensación de Bose-Einstein.

B.1. Teoría de las fluctuaciones y movimiento browniano

La formulación de Einstein para las fluctuaciones es más limitada que la proporcionada por Gibbs, pero su simplicidad y claridad, al restringirse a los segundos momentos de las fluctuaciones, los de mayor interés, le ha valido una amplia presencia. Destacaremos algunos ejemplos de la importancia de las fluctuaciones.

En 1931, Onsager estudia la dinámica de las fluctuaciones alrededor del equilibrio y obtiene, a partir de argumentos de invariancia por inversión temporal microscópica, las relaciones de reciprocidad entre flujos y fuerzas termodinámicas, como por ejemplo los que vinculan efectos térmicos y eléctricos, o térmicos y difusivos, y que desempeñan un papel central en la termodinámica de los procesos irreversibles. Onsager recibió, por este trabajo, el premio Nobel de Química de 1970.

Hacia 1960, se empieza a dedicar una gran atención al estudio de los puntos críticos y de las transiciones de fase de segundo orden, como la de paramagnetismo a ferromagnetismo. En estas situaciones, las fluctuaciones ejercen una gran influencia sobre el comportamiento del

sistema. Así, modifican los valores de los exponentes críticos que describen la divergencia de magnitudes como la compresibilidad, la susceptibilidad magnética o el calor específico al aproximarse el sistema al punto crítico. El estudio de dichos exponentes presentó muchos problemas y constituyó un gran reto para la física estadística hasta la formulación, siguiendo aportaciones básicas de Kadanoff y Fischer, de la teoría del grupo de renormalización de Wilson (1971), que ha ejercido desde entonces una gran influencia no sólo en puntos críticos, sino también en teorías de partículas elementales.

El estudio de Einstein sobre las fluctuaciones y el movimiento browniano se ha prolongado en campos como los teoremas de fluctuación-disipación. En efecto, Einstein había propuesto que las colisiones moleculares, que impulsan las partículas brownianas en un disolvente son también las causantes de la fricción que la frenan; de ahí, el nombre de relación de fluctuación – disipación (o fluctuación-fricción, si se quiere). En los años 1920, Nyquist estudió las fluctuaciones de corriente en un circuito y las relacionó con la resistencia eléctrica. Siguiendo estas ideas, se ha logrado obtener expresiones para los coeficientes de transporte (conductividad térmica, eléctrica, viscosidad, difusión), o mejor aún, para las funciones de memoria que los generalizan, en términos de la función de correlación de las fluctuaciones de los flujos correspondientes (flujo de calor, de electricidad, de presión viscosa, de difusión). Destacan en este campo las aportaciones de Green y Kubo, entre muchos otros, hacia los años 1960, que permiten obtener los coeficientes de transporte no sólo para gases diluidos, limitación intrínseca a la ecuación de Boltzmann, sino también para gases densos y líquidos. Un problema actual en este campo es la formulación de estas relaciones en estados alejados del equilibrio.

B.2. El movimiento browniano

La dinámica detallada del movimiento browniano y de las fluctuaciones interesó desde los mismos inicios de la teoría del movimiento browniano: desde 1905, Langevin, Smoluchowski, Fokker y Planck, hicieron contribuciones importantes al análisis de los procesos estocásticos, es decir, procesos en que intervienen fuerzas sistemáticas y fuerzas aleatorias. Los segundos momentos de éstas deben estar relacionados con el término de fricción, según el teorema de fluctuación-disipación. Las fluctuaciones han sido relacionadas también,

desde los trabajos de Kramer en 1940, con la dinámica de sistemas con barreras de activación, como reacciones químicas o, en la actualidad, redes neuronales o plegamiento de proteínas. Algunos trabajos recientes se refieren a la descripción de sistemas con ruido estocástico de color –el ruido no decae instantáneamente, sino con un tiempo de relajación–, sus efectos sobre transiciones de fase fuera de equilibrio, y fenómenos como la resonancia estocástica. Otros estudios de gran interés actual se refieren a sistemas como disoluciones de polímeros, suspensiones coloidales, medios granulares o máquinas moleculares sometidas a las fluctuaciones del ruido térmico.

La hidrodinámica molecular, desarrollada en los años 1970 para describir la dinámica de las fluctuaciones de densidad y cantidad de movimiento observadas mediante dispersión de luz o de neutrones es otro desarrollo relacionado con las ideas de Einstein sobre el movimiento browniano. Einstein propuso que la ley de Stokes podría ser utilizada para describir la fricción sobre una molécula de disolvente, pero esto no resulta claro ya que dicha ley sólo vale cuando el tamaño del objeto es muy superior al de las partículas del disolvente. ¿Hasta qué tamaño mínimo es posible utilizar las leyes de la hidrodinámica para la fricción? Se ha visto que, efectivamente, estas leyes tienen un dominio de validez mucho más amplio del que sería razonable esperar, especialmente si se permite que los coeficientes de transporte dependan de la frecuencia y de la longitud de onda. Suministrar bases estadísticas para estas expresiones, ha supuesto un gran estímulo para la física estadística de no equilibrio, en especial las teorías de respuesta lineal. Sin embargo, en 1970, simulaciones por ordenador del decaimiento de la velocidad de una molécula discoidal en fluidos de dos dimensiones revelaron colas temporales largas, es decir, un decaimiento lento de tipo potencial en lugar de exponencial, que supone problemas para las formulaciones hidrodinámicas en dos dimensiones, y para extensiones de la hidrodinámica a órdenes superiores en tres dimensiones. Este tipo de estudios dinamizó la teoría cinética en los años 1970.

En la actualidad, hay un gran interés por las fluctuaciones en estados estacionarios fuera del equilibrio: tienen largo alcance espacial y el teorema de fluctuación-disipación deja de ser válido. Algunos autores las utilizan para definir temperaturas efectivas de no equilibrio, especialmente en sistemas como medios granulares, donde resulta especialmente difícil medir e interpretar la temperatura..

B.3. La naturaleza de la radiación

Los trabajos de Einstein sobre la naturaleza de la luz han tenido un papel decisivo en la óptica del siglo XX, tanto en lo conceptual como en lo práctico. En la primera vertiente, cabe tener presente que la dualidad corpúsculo-onda que se inició con sus trabajos sobre el carácter discontinuo de los cuantos luminosos. Desde el punto de vista práctico, la aportación más esencial fue la predicción del fenómeno de emisión estimulada, que constituye la base de los máseres y los láseres ya que permite amplificar de forma coherente la radiación en una cavidad.

Los láseres no se empezaron a desarrollar hasta 1960, por Maiman, unos cuarenta años después de la propuesta teórica, y han revolucionado la óptica, tanto en su vertiente fundamental (óptica no lineal, física cuántica) como aplicada (optoelectrónica, telecomunicaciones, cirugía, industria metalúrgica, fusión inercial). Incidentalmente, la posibilidad de conseguir haces luminosos de gran potencia, suscita cuestiones relacionadas con los primeros intereses de Einstein por la radiación: por ejemplo, si un metal es iluminado con láseres de gran intensidad, ¿hasta qué punto vale la hipótesis de que un electrón puede absorber un solo fotón? ¿Sigue valiendo la linealidad de la expresión de Einstein?

En 1909, Einstein estudiaba el movimiento browniano de un espejo hipotético en un baño de radiación. Las relaciones entre fluctuación y fricción le llevaron a suponer una fricción que detendría el movimiento del espejo. Aquella idea se ha podido realizar a escala atómica, y es la base del enfriamiento Doppler, que permite alcanzar temperaturas del orden de los milikelvin sometiendo los átomos de un gas a la fricción de la luz de seis láseres, dos en cada eje. Cuando el átomo está quieto, no absorbe radiación de los láseres, ya que la frecuencia de éstos es ligeramente superior a su frecuencia de absorción. Sin embargo, si se acercan a la fuente con una cierta velocidad ven una frecuencia mayor y absorben un fotón, que los frena. En 1997, Chu, Cohen-Tanoudji y Phillips recibieron el premio Nobel de Física por el desarrollo de estas técnicas, que juegan un papel muy importante en el campo de bajas temperaturas, en que hay una intensa actividad investigadora.

B.4. Estadística de los gases ideales. Condensación de Bose-Einstein

En 1925, Einstein predijo la condensación de Bose-Einstein, es decir, la ocupación macroscópica del nivel

fundamental por debajo de una cierta temperatura. En 1938, Keesom y Kapitza descubrieron, independientemente, la transición superfluida del helio líquido, a unos 2,19 K, y London y Tisza propusieron que la explicación de este fenómeno podría hallarse en la condensación de Bose-Einstein, ya que la temperatura predicha para dicha transición es de unos 3,2 K, próxima al valor observado, el cual no sorprende difiera del calculado, a causa de las interacciones entre las partículas. Esta idea será la base del modelo de dos fluidos de Landau, que tan útil resultó en este campo, y cuyas teorías sobre la hidrodinámica de fluidos cuánticos le valieron el Premio Nobel de Física de 1960.

La condensación de Bose-Einstein es también uno de los ingredientes básicos para la superconductividad. Ahora bien, los electrones tienen spin $1/2$, por lo cual no obedecen la estadística de Bose-Einstein sino la de Fermi-Dirac. Sin embargo, como propuso Cooper, pueden aparearse dando pares de spin total nulo, que obedecen la estadística de BE y pueden condensarse en un estado macroscópico coherente. Sobre estas bases, Bardeen, Cooper y Schrieffer formularon su teoría de la superconductividad en 1957, que no es aplicable, sin embargo, a los superconductores de alta temperatura crítica descubiertos en 1986, y que son una frontera de la investigación actual. Análogamente, en 1972, se consiguió un estado superfluido en ^3He , por Lee, Richardson y Osheroff, en el dominio de los milikelvin. El ^3He tiene spin $1/2$, por lo cual no presenta, en principio, condensación de BE, pero sus átomos pueden aparearse, en pares que tienen espín 1, lo que confiere al superfluido ^3He propiedades topológicas especiales, de las que carece el ^4He .

Los casos que hemos mencionado no corresponden estrictamente a la condensación del gas ideal de Einstein, ya que son sistemas de densidad elevada con interacciones considerables. En 1995, Cornell y Wiemann, y Ketterle, consiguieron la condensación de Bose-Einstein para gases diluidos (rubidio, sodio, hidrógeno). Para conseguirlo, es necesario llegar a temperaturas del orden de las decenas de nanokelvin, combinando enfriamiento óptico y evaporación magnética en trampas magnetoópticas. Experimentos actuales sobre excitaciones colectivas, condensados binarios, vórtices cuantificados, decaimiento de la coherencia del condensado como efecto de colisiones inelásticas, constituyen fronteras de la física actual.

Mencionemos finalmente la posibilidad de un análogo de la condensación de Bose-Einstein en osciladores no lineales alejados del equilibrio, propuesta por Fröhlich. En este caso, la condensación se alcanza no porque la temperatura descienda, sino porque el flujo de energía supera un cierto umbral crítico; se cree que este fenómeno podría tener relevancia en algunas situaciones en biofísica.

CONCLUSIONES

Hemos puesto en relieve la importancia de los métodos termodinámicos y estadísticos en la obra de Einstein, en especial el uso de la entropía y de las fluctuaciones, y la influencia de las cuestiones referentes a la existencia de los átomos discretos tras la apariencia continua de la materia, como inspiración de sus primeros trabajos y que, indirectamente, influye en sus contribuciones cuánticas.

La relación entre luz y materia se erige en uno de los hilos conductores de la obra de Einstein: en el artículo sobre la cuantificación de la energía electromagnética, se hace hincapié en la analogía de la entropía de la materia discontinua y de la radiación continua y se transfiere a la luz el carácter discreto de la materia; en el estudio sobre calores específicos, se transfiere a las vibraciones de la materia la ley de Planck utilizada para las vibraciones de la luz; en 1909, el movimiento browniano producido por las partículas de un disolvente es transferido al producido por la luz sobre un espejo; en 1917, se considera una mezcla de materia y radiación, a partir de la cual se descubre la necesidad de la emisión inducida en 1924, la estadística de Planck para la radiación, cuya deducción por Bose ha

sido liberada de la dependencia con respecto al electromagnetismo, es generalizada a la materia. En cierto modo, se cierra el círculo iniciado en 1905: allí la materia deviene modelo de la radiación; veinte años después, la radiación deviene modelo para la materia. Pero en realidad la búsqueda de unidad entre materia, regida por la mecánica, y luz, regida por el electromagnetismo, es también fuente de inspiración para la relatividad especial y, en la relatividad general, luz y materia curvan su camino bajo la acción común de la curvatura del espacio-tiempo. Dentro de estas analogías entre luz y materia, es probable que a Einstein le llamasen especialmente la atención los experimentos actuales de difracción de ondas de materia en redes de luz, que constituyen en cierto modo el simétrico de los experimentos clásicos de difracción de ondas en redes de materia.

Hemos subrayado la influencia de algunas aportaciones de Einstein en la física estadística. En particular, nos hemos referido a las fluctuaciones y el movimiento browniano y a las estadísticas cuánticas y hemos subrayado el papel de la termodinámica, en especial el uso de la entropía, en sus primeros resultados cuánticos sobre la luz. Así pues, la entropía juega un papel importante en el nacimiento de la mecánica cuántica, tanto en Planck como en Einstein. La entropía sigue siendo un instrumento conceptual que abre caminos a la física: hace apenas treinta años, consideraciones sobre la entropía de los agujeros negros, por parte de Bekenstein y de Hawking, permitieron tender un puente entre gravitación y física cuántica, conduciendo por vez primera a resultados cuantitativos precisos basados en esta relación. Sería conveniente que la física actual, tan atenta a lo microscópico, no olvidara esta potencialidad fecunda de la entropía como puente entre aspectos diversos de la realidad.

BIBLIOGRAFÍA

Las versiones originales (en alemán) de los artículos publicados por Einstein en *Annalen der Physik* entre 1901 y 1922 se pueden consultar en <http://www.physik.uni-augsburg.de/annalen/history>.

Einstein, A. (1902): "Kinetische Theorie des Wärmegleichgewichtes und des zweiten Hauptsatz der Thermodynamik", *Ann. Phys.* (Leipzig), **9** 417-433.

Einstein, A. (1903): "Eine Theorie der Grundlagen der Thermodynamik", *Ann. Phys.*, **11**, 170-187.

- Einstein, A. (1904): "Zur allgemeinen molekularen Theorie der Wärme", *Ann. Phys.*, **14**, 354-362.
- Einstein, A. (1905): "Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt", *Ann. Phys. (Leipzig)*, **17**, 132.
- Einstein, A. (1905): "Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen", *Ann. Phys.*, **17**, 549-560.
- Einstein, A. (1906): "Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen", *Ann. Phys.*, **19**, 289.
- Einstein, A. (1906): "Zur Theorie der Brownschen Bewegung", *Ann. Phys. (Leipzig)*, **19**, 371.
- Einstein, A. (1907): "Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen", *Jahrb. Radioakt. Elektron.*, **4**, 411.
- Einstein, A. (1907): "Die Plancksche Theorie der Strahlung und die Theorie der spezifischen Wärme", *Ann. Phys. (Leipzig)*, **22**, 180-190.
- Einstein, A. (1908): "Die grundlegende Theorie der Brownschen Bewegung", *Zeit. für Elektrochemie*, **14**, 235.
- Einstein, A. (1924): "Quantentheorie des einatomigen idealen Gase. I", *Preuss Akad. Wissens, Sitzungber.*, **22**, 261.
- Einstein, A. (1925): "Quantentheorie des einatomigen idealen Gase. II", *Preuss Akad. Wissens, Sitzungber.*, **23**, 3.
- Dannen, G. (1997): "Los refrigeradores de Einstein-Szilard", *Investigación y Ciencia*, marzo, 68-74.
- García-Ripoll, J. J.; Paredes, B. and Cirac, J. I. (2003): "Átomos a muy baja temperatura: de los condensados de Bose-Einstein a los sistemas altamente correlacionados", *Revista Española de Física*, **17**, 40-44.
- Klein, M. J. (1982): "Fluctuations and statistical physics in Einstein's early work", en Holton, G. and Elkana, Y. (eds): *A. Einstein. Historical and cultural perspectives. The Centennial Symposium in Jerusalem*, Princeton University Press, Princeton.
- Kleppner, D. (2005): "Rereading Einstein on radiation", *Physics Today*, **58** (February), 30-34.
- Marage, P.; Wallenborn, G. (1995): *Les conseils Solvay et les débuts de la physique moderne*, Université Libre de Bruxelles, Bélgica.
- Navarro, L. (1990): *Einstein, profeta y hereje*, Metatemas, Tusquets, Barcelona.
- Navarro, L. (1998): "Gibbs, Einstein and the Foundations of Statistical Mechanics", *Arch. Hist. Exact Sci.*, **53**, 147-170.
- Nobel: Resulta interesante leer los discursos pronunciados con ocasión de la recepción del premio Nobel de Física (o de Química) por parte de científicos cuyo trabajo es muy próximo a las aportaciones de Einstein, en particular: Wien (1911), Planck (1918), Millikan (1923), Perrin (1926), Nernst (1926), cuya lectura nos permite acceder a puntos de vista de aquella época.
- Pais, A. (1982): *Subtle is the Lord... The Science and the Life of Albert Einstein*, Oxford University Press, Oxford.
- Rodríguez Parrondo, J. M. (2005): "Fluctuaciones brownianas y atomicidad", *Revista Española de Física*, **19** 19-24.
- Vidal, F. (2000): "La constante de Planck a escala macroscópica: superfluidos y superconductores", *Revista Española de Física*, **14**, 77-81.