ARBOR Ciencia, Pensamiento y Cultura
Vol. 192-780, julio-agosto 2016, a336 | ISSN-L: 0210-1963
doi: http://dx.doi.org/10.3989/arbor.2016.780n4012

BROUWER Y ZUBIRI. LA EFICACIA DEL INTUICIONISMO LÓGICO EN EL *LOGOS* Y LA *RAZÓN SENTIENTES*

BROUWER AND ZUBIRI. EFFECTIVENESS OF LOGICAL INTUITIONISM IN LOGOS *AND* SENTIENT REASON

Jesús Ramírez Voss
Consejería de Educación. CAM. Madrid
jesus.ramirezvoss@educa.madrid.org

Cómo citar este artículo/Citation: Ramírez Voss, J. (2016). Brouwer y Zubiri. La eficacia del intuicionismo lógico en el *logos* y la *razón sentientes*. *Arbor*, 192 (780): a336. doi: http://dx.doi.org/10.3989/arbor.2016.780n4012

Recibido: 25 julio 2014. Aceptado: 01 septiembre 2015.

RESUMEN: Este artículo trata de Zubiri y la Lógica. ¿Qué concepción de la Lógica fue más afín con su formación y con sus intereses como filósofo? Me pregunto por qué Zubiri desde bien joven se decidió por el intuicionismo de Poincare, de Brouwer y en qué medida contribuyeron ambos en el desarrollo de su filosofía centrada en la descripción de lo real en la inteligencia sentiente. Presento un asunto original y desatendido hasta ahora en la investigación sobre este pensador español contemporáneo.

PALABRAS CLAVE: Intuicionismo lógico; Poincare; Brouwer; principio de tercio excluso; Zubiri; Lógica.

ABSTRACT: This article deals with Zubiri and logic. Which conception of logic was most related to his academic training and his interests as a philosopher? Why did Zubiri opt for Poincare and Brouwer intuitionism from a very young age and to what extent did they both contribute to the development of his philosophy. Here, an original topic, until now neglected in the research on this contemporary Spanish thinker, is presented.

KEYWORDS: Intuitionism; Poincare; Brouwer; Law of exclude middle; Zubiri; Logic.

INTRODUCCIÓN

Este es un artículo sobre la filosofía de la lógica zubiriana. Me pregunto por la *eficacia* del intuicionismo lógico en los textos de Zubiri. Su título esta sugerido por un estudio de Antonio Pintor Ramos (1979) en el que se planteaba la importancia filosófica de Heidegger, en las filosofías de Ortega y de Zubiri. De manera muy similar, entiendo aquí por *eficacia* la fuerza o convicción intelectual que tuvo para Zubiri la obra de aquel controvertido matemático holandés. Pienso que en su afanosa búsqueda de una lógica de la realidad, Brouwer supuso para Zubiri, desde sus primeros pasos como pensador, una presencia intelectual del mismo peso, por decirlo así, que Heidegger en el ámbito de la metafísica o que Husserl a la hora de abrir un campo propio al filosofar. Mi idea es que la lectura de Brouwer encaminó al joven Zubiri hacia una vía muy fecunda y muy original de entender los fundamentos de la Lógica. Una vía que, con el correr de los años, le salvaguardó de las antinomias de los programas *logicista* y *formalista* así como le facilitó un empleo eficaz de las pruebas gödelianas, una vez alcanzada ya su etapa de madurez, cuando Zubiri permanecía entregado a la descripción de la *inteligencia sentiente.* No está en mi propósito examinar en todas sus manifestaciones y alcance la decisiva influencia del intuicionismo lógico-matemático en la obra completa de Xavier Zubiri. Como es natural, únicamente me voy a limitar a realizar un primer esbozo pues, un examen más detenido y más completo, exige lucirse en los complejos vericuetos de la noologia zubiriana. Así entonces, la pregunta que me planteo es la siguiente: ¿Fue Zubiri un *intuicionista* en el ámbito de la Lógica y de la Filosofía de la Matemática?

PRIMERA PARTE

La matemática no es un saber, sino un hacer (Brouwer)

1. El Intuicionismo[1] brouweano

En 1912 Brouwer fue nombrado profesor en la universidad de Amsterdam; contaba por entonces con algunos trabajos decisivos en Topología y tenía publicados varios artículos de relevancia internacional; sin embargo, conseguido todo eso, su dedicación al problema de los fundamentos de la matemática fue inmediata y muy intensa. En su lección inaugural como profesor en la universidad de Ámsterdam, ese mismo año doce, Brouwer afirmó que la aritmética elemental y con ella la totalidad de la matemática, se han de derivar de la intuición del tiempo (Brouwer, 1975). Su idea era que el tiempo, como fenómeno fundamental de la inteligencia humana, nos hace capaces de disgregar en instantes el decurso de nuestras vidas, pequeños fragmentos cualitativamente diversos, únicamente susceptibles de re-unión en tanto en cuanto permanecen en el tiempo.

A partir de esta *intuición primera* de la más simple multiplicidad obtenemos, en primer término, la noción de los números ordinales y tras ella la noción del continuo lineal. Los puntos fundamentales de la concepción intuicionista del continuo pueden resumirse de la siguiente forma: *primero*, el único elemento a priori del continuo es el tiempo[2]; *segundo*, el continuo matemático es un concepto construido, libremente creado mediante la abstracción matemática pero que existe únicamente en la inteligencia del matemático y *tercero*, el continuo no puede ser identificado sin más como una totalidad construida de puntos. Estos tienen un papel en el análisis del continuo como los extremos de los intervalos en que éste puede descomponerse, pero no son partes aisladas del mismo. Pues bien, es en este concreto conjunto de problemas donde debemos dejar señalada la primera aportación de Zubiri. Se trata de una cita recogida de su *primera etapa*, pertenece a un breve texto titulado *Filosofía del Ejemplo*, data de 1926 y dice lo siguiente:

> "Brouwer y Weyl, nos presentan una interpretación casi física del continuo geométrico y una teoría finitista e intuitiva de los conjuntos, audaz concepción que viene a poner en crisis nociones tan cardinales como las de infinito actual, correspondencia funcional y hasta el concepto mismo de dimensión" (Zubiri, 1999, p, 342).

La formación científica del joven Zubiri, iniciada en su estancia universitaria en Lovaina, ampliada en Madrid y posteriormente en algunas de las mejores facultades de ciencias centroeuropeas, resulta tan relevante y tan bien conocida como su formación filosófica o teológica. El proyecto científico y filosófico del jovencísimo pensador español era por entonces el siguiente: un programa descriptivo de investigación de las objetividades conscientes como hechos primarios de la conciencia. Su inspiración central estuvo centrada en los *Prolegómenos a la lógica pura* de Edmund Husserl que dan comienzo a sus seis *Investigaciones Lógicas*. A su derredor, Poincaré y Brouwer. Tanto su Memoria de Licenciatura presentada en Lovaina como la Tesis de doctorado presentada en Madrid comparten el mismo objetivo de investigación que según Zubiri, había de dividirse tres partes: 1) El punto de partida de las ideas de Husserl. 2) La idea de una reforma de la Lógica y 3) La idea de la objetividad pura.

ARBOR Vol. 192-780, julio-agosto 2016, a336. ISSN-L: 0210-1963 doi: http://dx.doi.org/10.3989/arbor.2016.780n4012

En todas ellas son constantes las referencias y las alusiones a los problemas filosóficos de la matemática contemporánea. Todo ello ya ha sido investigado. Me interesa mucho más anunciar un trabajo desconocido de esta *primera etapa*, también del año veintiséis, titulado *Sistema de Lógica Fundamental*[3], cuya primera parte, *Modernas orientaciones de los estudios lógicos,* contiene el siguiente fragmento en el que Zubiri alude al intuicionismo:

> "exigen Brouwer y Weyl que la matemática se distinga de la Lógica: la Matemática no trata de conjuntos cualesquiera, buena prueba de ello son las antinomias a las que la concepción de Cantor conduce y que hasta sus más decididos partidarios no pueden evitar sino restringiendo considerablemente la noción de conjunto […] Para Brouwer y Weyl la matemática tiene como característica determinar los objetos indicando un número finito de operaciones que se pueden realizar efectivamente, y que permiten construir los elementos del conjunto. No se trata aquí de posibles operaciones efectuables. El infinito recobra así su natural sentido: es el indefinido, cuyo equivalente metodológico se halla en el razonamiento por recurrencia y en el paso al límite […] La construcción finita es, pues, lo que distingue la matemática de la Lógica" (Zubiri, 1999, p. 342).

Tengo que señalar que no considero todos estos primeros escritos desde un interés meramente historiográfico pues tienen, no cabe duda, una validez específica propia, en tanto en cuanto permiten hablar de los comienzos de un pensamiento filosófico original y de tan amplio radio como es la noologia zubiriana. Aún más, en lo que respecta a la Lógica y la Filosofía de la matemática de Zubiri, pues son constantes las alusiones a la concepción intuicionista de Brouwer. ¿Cómo obtuvo el joven filósofo noticia de esta corriente de pensamiento matemático? ¿Por qué le interesó? Mi respuesta es que fueron muy variadas las fuentes documentales que debemos recordar a la hora de desandar ese camino: Poincaré, Brundschvicg y el eminente matemático español Julio Rey Pastor.

2. El problema de la intuición

No sabemos con rigurosa precisión lo que Brouwer entiende por *intuición matemática*. Sabemos que esa intuición quedó planteada de manera doblemente negativa: (a) por el rechazo de todo cuanto se halle relacionado al concepto matemático de infinito actual y (b) por el rechazo de subordinar la matemática a principios lógico-lingüísticos. Suele interpretarse la noción capital de *intuición matemática* como la *clara luz de la razón*. La concepción clara y distinta de una mente pura y atenta. Naturalmente, su inspiración más remota sería Descartes. Sin embargo, el problema de saber qué es la intuición se traslada, con mucha frecuencia, al problema de saber en qué consiste tal concepción clara y distinta que la mente atenta construye. En consecuencia, se vuelve muy complicado dar con el significado unívoco de los términos *construcción y constructivo.* Lo que sí encontramos en el intuicionismo es una bien marcada desconfianza hacia las técnicas de simbolización lógica (caso de Russell) o de formalización axiomática (caso de Hilbert) de las que ambos confiaron para alcanzar la seguridad definitiva en torno a los problemas de fundamentación lógica de la matemática. En cualquier caso, el joven Zubiri vio en esta idea renovada de intuición matemática, un valor heurístico creativo que casaba muy bien con su formación filosófica desde muy diferentes puntos de vista. Y este encuentro resultó ciertamente lo que justifica la relevancia o eficacia del intuicionismo matemático en aquel joven, así como la novedad de toda mi investigación. Voy a facilitar otra cita, algo extensa quizá, del inédito al que me he referido, dice así

> "Pero la intuición de que hablan los modernos críticos (se refiere naturalmente a Brouwer y Weyl) no es la percepción sensible, sino la intuición fenomenológica. Poco, mejor dicho, absolutamente nada nos importa que la materia sea realmente continua; este es un problema que sólo a la Física interesa. Nos basta con que el contenido de la percepción sensible nos ofrezca una continuidad fenomenológica para que, por el procedimiento de reducción podamos elevarnos a la idea de continuidad. La percepción nos sirve no de método para juzgar realidades, sino de paradigma para intuir ideas. Y esta intuición fenomenológica nos revela que lo esencial del continuo es precisamente no ser conjunto: los elementos del continuo no están actualmente dados en el […] Finitismo e intuicionismo: he aquí los dos capitales problemas de la matemática contemporánea" (Zubiri, 1999, p. 342).

Zubiri, en esta primera etapa de su formación buscaba un ámbito originario e inmediato en el modo de darse las cosas en la conciencia objetiva. Un ámbito originario que posibilitara la constatación de lo que aparece y tal como aparece en la conciencia intencional; es, de este modo la intuición, el supuesto imprescindible y anterior de cualquier saber concreto. Se trata entonces de la *intuición originaria* (*originar gebende Anschauung*) de la filosofía husserliana, resultado de la reducción fenomenológica y por lo tanto, un novedoso método a seguir que, desde luego, a Zubiri no le pare-

ARBOR Vol. 192-780, julio-agosto 2016, a336. ISSN-L: 0210-1963

doi: http://dx.doi.org/10.3989/arbor.2016.780n4012

ció incompatible con otras influencias igualmente conocidas y pormenorizadamente estudiadas: Bergson, Husserl, Ortega y Gasset. La intuición fenomenológica, así como el *carácter irreal* del objeto intencional, -- tesis de raigambre escolástica que no debo dejar sin mencionar --, hicieron ver al joven Zubiri que el carácter originario del acto de conciencia lo convierte en algo previo a las tradiciones filosóficas modernas y lo hacen solidario de una nueva *inteligencia amiga*, por decirlo así, pues tal era la novedad que representaba el intuicionismo matemático de Brouwer.

3. El problema del principio lógico de Tercio Excluso

La exigencia más importante de la concepción intuicionista de la matemática era la de no admitir en matemáticas ningún enunciado existencial que no haya podido ser demostrado por medio de la construcción de un ejemplo. En caso contrario, las paradojas serán responsabilidad de cada cual pues, según Brouwer, nos arriesgamos a afirmar propiedades matemáticas sin el menor respaldo de carácter intuitivo. Es cierto que el propio Brouwer se vio abocado a algunas sorprendentes conclusiones en el intento de poner en marcha con férreo rigor su propio programa intuicionista. En el año ocho, 1908 había dado a conocer un brillantísimo trabajo (Brouwer, 1975) sobre la falta de garantía de uno los principios de la lógica formal aristotélica: el principio de *tercio excluso* en el dominio de la Matemática. Lo que sostuvo fue que la Matemática, derivando directamente de la intuición, como lo hace, no presupone ningún sistema de axiomas o principios lógicos que la sostengan, sino justamente al revés, es la Matemática la fuente original de principios lógicos, de manera que los principios y axiomas lógicos sólo podrán ser enunciados en toda su máxima generalidad una vez que su validez haya quedado establecida por la intuición correspondiente. Zubiri, en el inédito que les comento lo interpreta así:

> "Poincaré primero y Brouwer después reclamaron enérgicamente la construcitividad como carácter específico de la Matemática. Es lo que se ha llamado intuicionismo, frente al formalismo de Hilbert […] Brouwer parte de dos datos irreductibles: el número entero y el continuo para subrayar el carácter autónomo de la matemática constructivista frente a la lógica deductiva […] Brouwer se vio conducido a dos extrañas ideas: La primera, que el principio de tercio excluso no tiene sentido matemático. En frase gráfica dice Brouwer que la matemática no es un saber sino un hacer. Pero va más lejos, el principio de tercio excluso no es que no sea suficiente en matemáticas es que no es verdadero en ellas; de suerte que no sólo la Lógica no es la matemática, sino que ni tan siquiera es un supuesto de ella; al contrario, es una parte de la matemática aplicada a los conceptos. La lógica no sería sino la expresión abstracta de las operaciones matemáticas, pero no al revés" (Zubiri, 1999, p. 343).

Con este mismo asunto pero en 1918 Brouwer presentó en la Real Academia Holandesa la primera parte de su *Fundamentos de una teoría de conjuntos*[4]*, independiente del principio de tercio Excluso* (Brouwer, 1975). Se trataba de reemplazar la noción tradicional de número real y la teoría de conjuntos de Cantor por nuevos conceptos, derivados de forma natural a partir del continuo intuitivo. En contra de Cantor, no hay más conjuntos que los conjuntos numerables y, por lo tanto no caben conceptos matemáticos como el de un *cardinal transfinito.* No cabe atribuir ningún significado a las expresiones cantorianas del tipo "el conjunto de todos los números reales comprendidos entre cero y uno"; no cabe atribuir ningún significado a las expresiones russellianas del tipo: "la clase de todas las clases que no es clase de sí misma", etc. En cualquier caso, lo que debemos retener para la marcha de nuestro asunto es que la Matemática, no presupone ningún sistema de axiomas o principios lógicos que la sostengan, sino justamente al revés, es la Matemática la fuente original de principios lógicos. Adelantando ideas, esta convicción estuvo presente en Zubiri hasta su madurez:

> "Si así fuera, la matemática sería pura y simplemente una combinación de verdades: en el fondo una promoción de la lógica. Así lo han pensado mil veces eminentes, incluso geniales, matemáticos. Pero ello no obsta para que no sea así. La matemática no es un sistema de verdades necesarias, y meramente coherentes entre sí de acuerdo con los "principios" de la lógica" (Zubiri, 1982, p. 129).

Ambos, Zubiri y Brouwer, son profundamente antilogicistas. No cabe duda. La diferencia estriba en que en Zubiri la matemática es un sistema de verdades necesarias que, a su modo tienen realidad ante la inteligencia. Para Brouwer ese sistema de verdades necesarias es una mera construcción intuitiva de la sagaz inteligencia individual del matemático. Brouwer, adelantándose de alguna manera a los trabajos de K. Gödel, se dio cuenta de que no hay ni podría haberlo, un lenguaje lógico formal capaz de asegurar a la Matemática contra todo riesgo de paradoja o contradicción en sus teoremas. Dicho de otro modo, no tenemos ningún lenguaje lógico capaz de conjurar toda posibilidad de contradicción, por lo que es un empeño vano confiar en la exhaustiva *logificación*, empleando

doi: http://dx.doi.org/10.3989/arbor.2016.780n4012

un término zubiriano, de la Matemática. En contra de la intuición, los principios lógicos se han convertido en reglas absolutas, siendo así aplicadas al razonamiento matemático en general y al problema del infinito en particular, sin contar con la garantía de la intuición, sin la garantía de su posible construcción mediante un ejemplo. Y para Zubiri, si se quiere hablar de verdades matemáticas no cabe otra opción que la de admitir que teoremas y postulados no son meros enunciados lógicos sino verdades, teoremas y postulados que poseen un cierto contenido real.

En la concepción intuicionista que Brouwer tuvo de la Matemática, ésta evoluciona a lo largo de la historia y no es más que el resultado de la inteligencia humana con todos los defectos que esto conlleva en cuanto a su fiabilidad[5]. En el desarrollo histórico de la matemática las leyes y los principios lógicos aparecen también como otro de los resultados del empeño humano por organizar agregados de un número finito de objetos. Para el intuicionismo, la validez universal del principio lógico de tercio excluso en matemáticas es considerada como la rotación del firmamento en torno a la Tierra. Según Brouwer, la aplicación incorrecta del principio de tercio excluso[6] se debe a que la lógica formal no es más que una abstracción conseguida a partir de las matemáticas, una abstracción del viejo principio aristotélico que ha sido aplicado a injustificadamente a la Matemática de los conjuntos infinitos. Zubiri lo sintetiza del siguiente modo:

> "Para el intuicionismo, construir matemáticamente no es lo mismo que definir y construir conceptos. El intuicionismo rechaza la idea de que la matemática se funda en la lógica; una demostración que apela al principio lógico del tercio excluso no es para Brouwer una demostración matemática. La matemática no es un sistema de conceptos y operaciones *definida*s" (Zubiri, 1982, p. 139).

Un año después, en 1919 Brouwer presenta la segunda parte de *Fundamentos de la Teoría de Conjuntos* y uno de los primeros en apreciar este texto fue Hermann Weyl, matemático germano alumno de Hilbert, quien asegura que Brouwer era una auténtica revolución y la solución moderna de los problemas del continuo. Sin embargo, todo se rompió de golpe.

4. El silencio de Brouwer

En 1927 Brouwer impartió una serie de conferencias sobre el intuicionismo en la Universidad de Berlín que fueron recibidas con mucho entusiasmo y en aquel prestigioso foro académico propuso un boicot al Congreso Internacional de Matemáticas que iba a celebrarse en Bolonia al año siguiente, en 1928. Hilbert, desoyendo la propuesta de Berlín, acudió al congreso italiano. Se trató de su última intervención pública atacando duramente al intuicionismo y sobre todo a la figura de Brouwer. A su vuelta a la capital germana destituyó inmediatamente a Brouwer del Consejo editorial de su revista. El matemático holandés comprobó que esa medida fue aceptada por la gran mayoría de la comunidad internacional de matemáticos, e inmediatamente abandonó su presencia pública internacional y todo interés por su excepcional creación matemática. Arendt Heytinga, uno de los pocos alumnos suyos con los que no terminó enemistándose, continuó desarrollando el programa intuicionista de fundamentación de la matemática (Heytinga, 1934). Además, el veintisiete, 1927 fue el año de la publicación de *Ser y tiempo* de Martin Heidegger. Con esta obra como marco de referencia el propio Zubiri reconoció el inicio de una etapa nueva en su desarrollo intelectual. Al contacto directo con Heidegger, el objetivismo fenomenológico de su primera etapa se le relevó como un ámbito no verdaderamente originario y, por tanto, ya carecería de sentido tomarlo como referencia definitiva para buscar desde él una transformación radical de la Filosofía. El magisterio intelectual de Ortega o la inspiración de Husserl quedaban en tanto que inspiración común de una etapa superada y, a partir de esta fecha, ceden ante un proceso de maduración (Pintor Ramos, 1979) intelectual. ¿Qué sucedió con Brouwer y el intuicionismo matemático? ¿Podemos pensar que superada esta primera etapa objetivista la figura y la obra de Brouwer tuvieron tan sólo un carácter de provisionalidad o de mero tránsito formativo? Si así hubiera sucedido no podríamos comprender que el Zubiri de su etapa metafísica lo siga manteniendo e incluso lo potencie como una referencia directa y siempre constante cada vez que el autor de la trilogía sobre la *inteligencia sentiente* se enfrenta con la realidad del saber matemático. Es lo que tenemos que ver muy sucintamente a continuación.

SEGUNDA PARTE

Sin sentir lo matemático, no se puede construir la matemática (Zubiri)

La descripción de la inteligencia sentiente, el mismo Zubiri nos lo advierte, no es ni una teoría del conocimiento, ni es una psicología de la inteligencia, ni es un tratado de Lógica. Se trata de la intelección en cuanto tal: una investigación de lo que estructural y formalmente sea la inteligencia, el *Nous*; la descripción de

ARBOR Vol. 192-780, julio-agosto 2016, a336. ISSN-L: 0210-1963
doi: http://dx.doi.org/10.3989/arbor.2016.780n4012

la inteligencia sentiente es un Tratado de *noología*. Ya no se utilizan el término "conciencia pura", que cede el paso al de *sentir intelectivo*, en el que las cosas me están presentes de un modo físico y no de un modo intencional, actualizando su realidad y no su sentido. Zubiri ya no trata tampoco de *intuiciones originarias* sino de una de sus creaciones clave: la aprehensión primordial de realidad. La inteligencia sentiente tiene una función primaria que no es la de intuir o conceptuar, mucho menos la de juzgar, sino la de *aprehender* la realidad. Ese es ahora el principio de todos los principios. En virtud de ello, la actualidad de la aprehensión es anterior a todo movimiento intelectivo. ¿Qué ha sucedido entonces con aquella intuición matemática que era compatible con la intuición fenomenológica y el problema capital de la matemática contemporánea? Para dar respuesta a esta cuestión debemos repasar diferentes textos de Zubiri. Podemos comenzar por un curso de los años setenta titulado *El Espacio*. Su objetivo era el problema filosófico del espacio como propiedad de lo real. Lo primero que nos dice Zubiri es que no son lo mismo el espacio físico y el espacio geométrico y que desde los griegos y durante veintitrés siglos lo típico del pensamiento occidental ha sido identificar ambas cosas. Fue Euclides quien construyó matemáticamente una geometría teórica completa, idea esencial del mundo griego y que dio por fundamentados ciertos aspectos muy esenciales del espacio como, por ejemplo, que el espacio tiene tres dimensiones, que este espacio es indefinido, es isótropo y homogéneo. Durante siglos este espacio geométrico contó con una prerrogativa desde el punto de vista de la teoría del espacio: es un espacio intuitivo. Pero enseguida añade Zubiri:

> "Recordemos lo que he dicho a propósito del espacio de Euclides. Nos parece a todos que es algo evidente y natural porque es, se nos dice, el espacio que todos vemos. Ahora bien, lo que tenemos que decir rotundamente es que el espacio euclidiano no lo ha visto jamás nadie. ¿Quién ha visto el espacio euclidiano? Que tiene tres dimensiones…Bueno, más o menos. Suponiendo que las tres dimensiones de nuestro espacio no sean la proyección de un universo de cuatro o más dimensiones, como en un plano se puede tener la proyección de un espacio de tres. Esto no se puede demostrar, pero tampoco se puede demostrar lo contrario. A parte de esto, ¿quién ha visto las demás condiciones de un espacio euclidiano? ¿Ha visto alguien las paralelas? Pero si, a poco que se prolonguen, se encontraran las paralelas en el espacio en perspectiva, en el horizonte. ¿Quién ha visto dos líneas paralelas que se prolonguen indefinidamente y no se encuentren, si nadie ha podido prolongar jamás nada indefinidamente en el Universo? Nadie ha visto el espacio euclidiano. No tenemos esa intuición del espacio euclidiano; es perfectamente ilusorio. Será todo lo sencillo que se quiera lógicamente—cosa que habría que discutir--, pero no se puede apelar a la intuición. El espacio euclidiano no lo ha visto nadie" (Zubiri, 1996, p. 30).

Zubiri se muestra entonces rotundo: no se puede apelar a la intuición. No tenemos intuición del espacio euclidiano. Pero volvemos a encontrarnos con el olvidado y defenestrado Brouwer, en este caso reconocido no como filósofo de la matemática o lógico intuicionista sino más como bien como el extraordinario topólogo que fue. Como sabemos, Brouwer estuvo convencido de que el fundamento de la Aritmética era un tipo de verdad matemática cuyo fundamento reside en la intuición del continuo temporal. Ahora bien, en el inicio mismo de su carrera como matemático profesional, Brouwer reconoció enseguida que el desarrollo de las geometrías no-euclidianas había desfondado la concepción intuitiva del espacio como una verdad sintética a priori. Pues bien, Zubiri, describiendo el espacio y su estructura dimensional, se pregunta qué se entiende por dimensión en el espacio. Señala entonces que en virtud del teorema de Brouwer, la dimensión es una propiedad topológica, lo cual significa que, aun en los espacios métricos, su dimensión es una propiedad de su estructura topológica. Zubiri escribe:

> "no hay nada más alejado de la intuición que estas estructuras topológicas. Por ejemplo, acabo de citar una, un continuo que no se puede dividir en partes continuas; esto no es muy intuitivo que digamos" (Zubiri, 1996, p. 53).

En su descripción de los diferentes espacios geométricos sea euclidiana o sea cualquiera de las infinitas métricas que hiciera posible Riemann, nada queda más alejado de la intuición matemática que estas estructuras topológicas. Refutada la posibilidad de una intuición para el espacio geométrico, la alternativa inmediata sería la de un sistema de referencia lógico axiomático, en la tradición del programa hilbertiano en el que las dimensiones son un infinito numerable, sin embargo escribe Zubiri:

> "El sistema de propiedades de un espacio no es tampoco pura y simplemente un cuerpo lógico de proposiciones. No, esto no, porque como cuerpo lógico, evidentemente, todo depende de un sistemas de axiomas, y en cada caso estos axiomas estarían libres y arbitrariamente elegidos como premisas lógicas" (Zubiri, 1996, p. 70).

Volvemos entonces al problema de la dualidad en que se ha movido la filosofía de la matemática contemporánea: descartado el intuicionismo en la geometría y defenestrado en la aritmética podríamos pensar efectivamente que el logicismo ha ganado la partida, pero no es así. Como observamos, Zubiri piensa que las propiedades del espacio ni son intuitivas ni son un sistema lógico de axiomas. Ambas concepciones de la matemática han resbalado en el carácter de realidad postulada que fundamenta esta ciencia cuando construye sus conceptos. Y para Zubiri esto ha sido fuente de toda suerte de dificultades.

5. Construcción matemática

La idea fundamental de Zubiri pasa entonces por su noción de lo irreal: nuestra *inteligencia sentiente* posee la capacidad de irrealizar lo que las cosas son en realidad. ¿Qué quiere decir esto? Ofrezco un ejemplo sencillo del mismo Zubiri: veo unos hombres y, en alguna forma, irrealizo sus caracteres, su contenido, pero manteniendo imperturbables el que sean realidad. Se irrealiza lo que son esos hombres, pero no el que sean hombres en realidad. La inteligencia sentiente ciertamente concibe entidades muy complejas como las de la matemática. Pero por complejo o por abstracto que sea un objeto matemático se concibe siempre lo que realmente es ese objeto. Los conceptos matemáticos no están colgados en el vacío, por el contrario, el concepto es siempre y sólo *realidad en concepto*. El concepto no es abstracción de realidad, sino *realidad en abstracción*. Contra toda la opinión que tiende a considerar que lo matemático carece de realidad, nuestro pensador consideró que lo matemático es, en un sentido de su filosofía muy técnico, algo eminentemente real, pero ¿de qué manera? En una sola manera, en la realidad físicamente real que aprehendo impresivamente como *un de suyo*. No es la matemática una creación de realidad, sino que es realidad en forma de libre creación matemática, esto es, en la irrealidad propia del concepto de la matemática. Escribe Zubiri:

> "Se pregunta entonces en qué consiste la irrealización propia de que constituye la realidad matemática, esa irrealización que ni es ficción ni mera conceptuación. Pues bien, la cosa es sumamente sencilla: las operaciones matemáticas son construcciones. Ciertamente no son construcciones en el sentido de que con aparatos o como sea construyo una realidad matemática como podría construir una casa. Pero, desde luego, hago más que concebir aquella. Es lo que alguna vez ha solido llamarse construcción según conceptos. Como quiera que sea se trata de una construcción. Se trata de tomar elementos con los cuales se construye algo. Ahora bien, esto no acontece en la ficción. La ficción es de otro tipo: no es propiamente hablando una ficción. Entonces uno propendería a pensar que la realidad matemática es una construcción de realidad. Esto es falso […] No es construcción de realidad, sino realidad en construcción" (Zubiri, 1996, p. 73).

Construir matemáticamente no es definir lógicamente conceptos; construir no es solamente hacer de algo un término intencional e irreal, esto eso sería una simple cuestión de contenidos. Construir, dicho más técnicamente, consiste en proyectar lo irreal del concepto sobre "la" realidad "según conceptos". Por tanto construcción es un modo de realización: es realizar según conceptos. Esta conceptuación de la realidad matemática por construcción no es pues un logicismo ni es un formalismo, pero tampoco es ahora, ni remotamente, lo que se había presentado como oposición o como alternativa fiable: el intuicionismo de Brouwer. Ahora, en su madurez filosófica, el intuicionismo matemático se le presentó a Zubiri como un problema que, de alguna manera, le era preciso resolver de modo satisfactorio. La clave está naturalmente en la aprehensión primordial de realidad. El objeto matemático no es intuido sino que es aprehendido en aprehensión primordial, dos cosas que el octogenario Zubiri ve completamente distintas. La libre creación de la inteligencia sentiente está fundada en lo real y estructurada formalmente en los modos de intelección; construir es proyectar libremente en la realidad física un contenido según conceptos. Postular objetos matemáticos, es en Zubiri, postular realidad. La construcción matemática es siempre y por tanto un acto del *logos* y la *razón sentientes*. Lo postulado ni son verdades lógicas, debemos insistir mucho en esto, ni son operaciones ejecutadas ni dependen de ninguna *intuición esencial* del tiempo como sostuvo Brouwer; lo postulado es el contenido de lo real en construcción. Un espacio geométrico o un número irracional, por abstractos que nos parezcan, son realidad libremente postulada. En Zubiri, no tiene sentido la expresión "objeto ideal": los objetos matemáticos son reales. Esto no significa que tenga el mismo modo de realidad que éste papel o que existan como existen las piedras, pero la diferencia entre el papel, la piedra o una fracción algebraica concierne tan sólo al contenido, que en el caso de la piedra esta dado y en el caso de la fracción algebraica o del número irracional está libremente postulado. Los objetos matemáticos ni son puros entes abstractos ni son platónicos objetos ideales; son realidad postulada y su contenido está construido. Zubiri, a la altura de sus ochenta años arremete de forma decisiva contra el programa intuicionista de Brouwer:

> "El intuicionismo es radicalmente un Finitismo. La mayoría de los matemáticos rechazaron por esto la obra de Brouwer a pesar de sus geniales aportaciones a la topología, porque amputar el infinito actual sería para ellos anular un enorme trozo del edifico matemático. Brouwer, se nos dice, si fuera consecuente consigo mismo, se vería forzado a dar por inválido toda una parte enorme del análisis infinitesimal" (Zubiri, 1982, p. 140).

El intuicionismo matemático es una forma de Finitismo que anula una de las mejores construcciones de la matemática, el análisis infinitesimal. Pero esto no es todo, el llamado conjunto finito, presuntamente dado en la intuición para ser aceptado por Brouwer, no es sino la aplicación del conjunto ya construido intelectivamente a la diversidad de lo dado. La intuición, como la visión de algo dado de forma inmediata, directa y unitariamente, no da sino diversidad de momentos, pero jamás nos da conjuntos de elementos. Para tener un conjunto es necesario un acto ulterior de intelección que haga de los momentos, elementos de ese conjunto. Hace falta lo que rigurosamente Zubiri denomina construcción. Y así acaba afirmando rotundo:

> "Por consiguiente, en estricto rigor no pude llamarse intuicionismo a la matemática de Brouwer. El conjunto de Brouwer no es intuitivo; es el contenido objetivo de un concepto que se *aplica* a lo intuitivo" (Zubiri, 1982, p. 141).

CONCLUSIÓN: LA CONSTRUCCIÓN MATEMÁTICA ES SIEMPRE POR TANTO UN ACTO DE INTELIGENCIA SENTIENTE

He dejado planteada una pregunta inicial: ¿Fue Zubiri un *intuicionista* en el ámbito de la Lógica y de la Filosofía de la Matemática? La respuesta que podemos ofrecer ahora es que en cierta medida lo fue, al menos hasta su maduración y el descubrimiento de la *aprehensión primordial de realidad.* Por lo tanto, la *primera* de mis conclusiones es que, el objeto matemático no es intuido sino que es construido estructuralmente en aprehensión primordial de realidad, dos cosas completamente distintas a la hora de la descripción del carácter previo y originario de la inteligencia.

Segunda, el intuicionismo rechaza la idea de que la matemática se funda en la lógica; los objetos matemáticos tienen propiedades que son de suyo, es decir, propiedades que son reales. Es que el objeto real postuladamente realizado según conceptos tiene, por estar realizado, propiedades o notas suyas, propias y no sólo propiedades "deducidas" de los axiomas o postulados. Brouwer y Zubiri fueron convencidos antilogicistas.

Tercera, la matemática no es un sistema de conceptos y de operaciones *definidas.* Lo postulado no son verdades lógicas ni operaciones ejecutadas, sino el contenido de lo real (ya definido y ejecutado) en construcción y por construcción postulada.

Cuarta y final, se da una anterioridad de la realidad sobre la verdad matemática, lo postulado es realidad antes que verdad.

NOTAS

1. Brouwer llamaba *viejos intuicionistas*, en el ámbito de la filosofía de la matemática tanto a Kronecker, Lebesgue como a Henry Poincaré, cuyo lema era: "con la lógica se demuestra, con la intuición se inventa". Poincaré sostuvo con todo su convencimiento que las asombrosas paradojas, tanto de la teoría cantoriana de conjuntos como el programa logiscita emprendido por Frege y posteriormente continuado por Russell y Whitehead, debían haberse evitado con una mejor reflexión acerca del problema del infinito. Consideraba con razón que era un error asumir la existencia matemática de agregados infinitos en acto. Como Gauss el siglo anterior, Poincaré sostuvo que en matemáticas no había lugar para hablar de un infinito actual. No cabe admitir otro infinito que el infinito potencial, por ejemplo, de una *sucesión* susceptible de prolongarse como uno quiera. Sobre el intuicionismo de Poincaré me remito al admirable libro del profesor Javier de Lorenzo (2009).
2. Hubiera sido conveniente dejar esbozado un breve comentario entre la concepción husserliana del tiempo como un flujo de vivencias, más que una sucesión lineal y la retención que el instante presente conserva en sí del que acaba de deslizarse al pasado y este instante a los precedentes. O también la concepción bergsoniana del tiempo como una intuición que dura (durée) desplegando y replegando; un tiempo vivo que dura y fluye en el que los momentos resuenan como la melodía de una pieza musical.
3. Conservado en Madrid, en la Fundación Xavier Zubiri (Archivo Xavier Zubiri, caja 11).
4. Begründung der Mengenlehre unabhängig vom logischen Satz vom ausgeschlossenen Dritten. Erster Teil: Allgemeine Mengenlehre. Op,cit, 150 y ss.
5. Para Zubiri las verdades matemáticas y los principios lógicos son ciertamente necesarios, pero su necesidad pende de postulados y podrían ser perfectamente de otra manera. Los postulados están libremente elegidos de forma que variando los postulados, la verdad matemática y los principios de la lógica formal serían otros. Pero no es el tema de la verdad el que nos ocupa ahora.
6. En su lugar se admitió un *quintum non datur metamatemático irrestricto* para las proposiciones matemáticas que se expresa así: $A \vee \neg A \vee \neg\neg A \vee *A$, donde $*A$ es una fórmula bien formada –fbf-- matemática indecidida o indecidible.

ARBOR Vol. 192-780, julio-agosto 2016, a336. ISSN-L: 0210-1963 doi: http://dx.doi.org/10.3989/arbor.2016.780n4012

BIBLIOGRAFÍA

Brouwer, L. E. J. (1975). *Collected Works* (1. Philosophy and Foundations of Mathematics). Amsterdam: North-Holland Publishing Company.

Brunschvig, L. (1910). *Les étapes de la philosophie mathematique.* París: Alcan.

Heytinga, A. (1934). *Mathematische Grundlagenforschung intuitionismus Beweisttheorie.* Berlin: Springer. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-65617-0_8

Heytinga, A. (1976). *Introducción al intuicionismo.* Madrid: Tecnos.

Husserl, E. (1985). *Ideas relativas a una fenomenología pura y una filosofía fenomenológica*. México: Fondo de Cultura Económica.

Gracia, D. (1986). *Voluntad de verdad. Para leer a Zubiri.* Barcelona: Labor.

Descartes, R. (1984). *Reglas para la dirección del espíritu*. Madrid: Alianza.

De Lorenzo, J. (2009). *Poincaré*. *Matemático visionario, politécnico escéptico*. Madrid: Nívola.

Kneale, W. y M. (1972). *El desarrollo de la lógica*. Madrid: Tecnos.

Ortega y Gasset, J. (1984). *Sensación, construcción e intuición. Estudios de Psicología.* En *Obras Completas.* Madrid: Alianza. http://dx.doi.org/10.3989/ic.1984.v36.i366.1880

Ortega y Gasset, J. (2008). *Obras Completas* (tomo VIII (1926-1932). Obra Póstuma). Madrid: Taurus.

Rey Pastor, J. (1916). *Introducción a la matemática superior.* Madrid: Biblioteca Corona.

Pintor Ramos, A. (1979). La maduración de Zubiri y la fenomenología*. Naturaleza y Gracia*, XXVI/2-3, pp. 299-353.

Ramírez Voss, J. (2011). La concepción de la lógica en el pensamiento de Xavier Zubiri. En Nicolás, J. A. (ed.). *Guía Comares de Zubiri.* Granada: Comares.

Zubiri, X. (1982). *Inteligencia y logos*. Madrid: Alianza.

Zubiri, X. (1996) *Espacio. Tiempo. Materia.* Madrid: Alianza.

Zubiri, X. (1999). *Primeros escritos (1921-1926).* Madrid: Alianza.

doi: http://dx.doi.org/10.3989/arbor.2016.780n4012