

La contribución de John Von Neumann a la Teoría de los Juegos

Sixto Ríos y Francisco Javier Girón

Arbor CLXXV, 692 (Agosto 2003), 1377-1407 pp.

1. Introducción

De todas las contribuciones de John Von Neumann a la Matemática, que han sido muchas y muy importantes para nuestra ciencia, probablemente la más importante haya sido la creación, en colaboración con el economista Oskar Morgenstern, de la Teoría de los Juegos. Aunque está claro que no debemos olvidar la deuda de Von Neumann con los pioneros de la Teoría de los Juegos, visto retrospectivamente, su contribución supuso un salto cualitativo de tal magnitud, tanto teórica como aplicada, que nadie pone en duda que los aspectos matemáticos de la Teoría de los Juegos se deben esencialmente a Von Neumann. La aparición de su famoso libro *Theory of Games and Economic Behavior*, que más tarde comentaremos supuso un cambio radical, más bien diríamos una revolución, en el tratamiento de los problemas económicos y en desarrollo posterior de una gran parte de la Economía. Mas no solo la Economía se vería afectada por esta obra sino que la más tarde llamada Teoría de la Decisión también tiene su fundamento en el concepto de utilidad cardinal introducido, por vez primera, en el libro. Más tarde, Abraham Wald llevaría a cabo la síntesis entre la Teoría de los Juegos y la Estadística, basándose en el teorema del minimáx, en lo que se llamaría Teoría de la Decisión Estadística.

La Teoría de los Juegos, tras la aparición del libro citado, tuvo un auge enorme en las décadas de los años 50 y 60 del siglo XX y, aunque posteriormente, tuvo períodos de altibajos en su desarrollo

tanto teórico como aplicado, hoy, en el umbral del siglo XXI, podemos decir que goza de magnífica salud, y se ha renovado el interés por esta teoría y por sus aplicaciones.

2. Breve historia de la teoría de los juegos: Antecedentes

El Talmud babilónico, compilación de antiguas leyes y tradiciones judías realizada durante los primeros cinco siglos de la era cristiana, es la base de sus leyes religiosas, civiles y criminales. Uno de los problemas que se comenta en el Talmud es el del contrato matrimonial: un hombre tiene tres mujeres y en sus correspondientes contratos matrimoniales se especifica que en caso de su fallecimiento de él la herencia debe repartirse proporcionalmente a las cantidades 100, 200 y 300, respectivamente. Sin embargo, el Talmud da recomendaciones aparentemente contradictorias. Cuando el hombre muere dejando una herencia valorada en 100, el Talmud recomienda una partición igualitaria. Sin embargo, si la herencia vale 300, recomienda una división proporcional a (50, 100, 150), mientras que si vale 200, la recomendación es que sea proporcional a (50, 75, 75). Este precepto, que constituía un completo misterio, ha desconcertado a los estudiosos del Talmud durante dos milenios. En 1985, se pudo constatar que el Talmud se anticipó a la moderna teoría de los juegos cooperativos. Cada una de las tres soluciones corresponde al *nucleolo* de un juego definido adecuadamente.

En una carta fechada el 13 de noviembre de 1713 James Waldegrave da la primera solución —que se sepa— de un juego bipersonal; es decir, calcula la estrategia mixta minimáx de éste. Waldegrave escribió la carta, sobre una versión bipersonal del juego de cartas de le Her, a Pierre-Remond de Montmort quien, a su vez, escribió a Nicolas Bernoulli, incluyendo en su carta unos comentarios sobre la solución de Waldegrave. La solución de Waldegrave es una estrategia mixta minimáx en equilibrio, pero no hace ninguna extensión de su resultado a otros juegos, y mostró su preocupación acerca de que el utilizar una estrategia mixta no parece estar entre las reglas usuales de juego de los juegos de azar.

El juego de cartas entre dos jugadores conocido como el juego de le Her viene descrito en el libro de I. Todhunter (1865) *History of the Mathematical Theory of Probability*. Cambridge University Press: London and New York. (Reimpreso por Chelsea, New York, 1949, 1961).

Agustin Cournot, en su obra de 1838, *Los principios Matemáticos de la Teoría de la Riqueza*, en el capítulo 7, *Sobre la Competición entre los Productores*, comenta el caso especial del duopolio y utiliza un concepto de solución que es una versión restringida de la del equilibrio de Nash.

F. Y. Edgeworth (1881) en su obra *Mathematical Psychics*. C. Kegan Paul & Co.: London, en el capítulo *An Essay on the Application of Mathematics to the Moral Sciences*, propuso la curva de contrato como una solución al problema de determinar los resultados del intercambio entre individuos. En el caso de dos productos y dos tipos de consumidores demostró que la curva de contrato se reduce al conjunto de equilibrio competitivo a medida que el número de consumidores de cada tipo tiende a infinito. El concepto de núcleo es una generalización de la curva de contrato de Edgeworth.

Algunas contribuciones posteriores, de importancia histórica, son las de Zermelo, E. (1913). *Über eine Anwendung der Mengenlehre auf die Theorie des Schachspiels*.

En él aparece el resultado conocido como teorema de Zermelo, en el que demuestra que el juego del ajedrez está estrictamente determinado, es decir, tiene solución usando estrategias puras.

Emile Borel, en una serie de cuatro notas escritas en el período 1921-27, sobre estrategias en los juegos, dió la primera formulación moderna de estrategia mixta. Estos trabajos que pasaron bastante desapercibidos, y dieron lugar a una controversia sobre la primacía en el descubrimiento de la Teoría matemática de los juegos entre Borel y Von Neumann, fueron traducidos al inglés por L. J. Savage en 1953.

Como consecuencia de la anterior controversia, Maurice Fréchet y John Von Neumann en 1953 publican una nota con comentarios sobre estos trabajos.

Von Neumann, J. (1928). *Zur Theorie der Gesellschaftsspiele*. *Mathematische Annalen*, 100, 295–320.

En este artículo se da la primera demostración rigurosa y completa del teorema del minimáx. La demostración utiliza complicados argumentos de la topología y del cálculo funcional. En este trabajo también se introduce, por vez primera, el concepto de forma extensiva de un juego.

Kalmar, L. (1928-29). *Zur Theorie der abstrakten Spiele*. *Acta Szeged*, vol. 4, pp. 65–85.

En este artículo, poco conocido, se describe una teoría abstracta de los juegos.

Zeuthen, F. (1930). *Problems of Monopoly and Economic Warfare*. G. Routledge & Sons: London.

En el capítulo IV de este libro se propone una solución al problema del regateo, que Harsanyi demostró posteriormente ser equivalente a la solución de regateo de Nash.

Fisher, R. A. (1934). Randomisation, and an old enigma in card play. *Mathematical Gazette*, pp. 294–297.

La contribución del gran estadístico y genetista Ronald Fisher a la Teoría de los Juegos tiene mucho interés por aplicar una idea capital de la Estadística a la Teoría de los Juegos.

En efectó, Fisher redescubre la solución de Waldegrave al juego de cartas de le Her, utilizando la idea de aleatorización que había introducido previamente en el Diseño de Experimentos. Demuestra, introduciendo la aleatorización en las estrategias de los jugadores, que las apuestas del juego se estabilizan en un punto de silla, versión del teorema del minimáx para juegos con dos estrategias para cada jugador.

Von Neumann, J. (1937). Über ein ökonomisches Gleichungssystem und eine Verallgemeinerung des Brouwer'schen Fixpunktsatzes. *Ergebnisse eines Mathematik Kolloquiums*, 8, 73–83.

Generaliza el teorema del minimáx en relación con las ecuaciones de producción de la economía matemática.

Los artículos siguientes continúan la labor emprendida por Borel en los años 20 del siglo XX sobre la Teoría de los Juegos y fueron traducidos, posteriormente en 1953, por L.J. Savage, dando así a conocer a los angloparlantes la aportación del matemático francés a la Teoría de los Juegos.

Borel, E. (1938). *Applications aux jeux de hasard. Traité du calcul des probabilités et de ses applications*. Gauthier- Villars. Paris.

Borel, E. (1938). The theory of play and integral equations with skew symmetrical kernels; On games that involve chance and the skill of the players; and On systems of linear forms of skew symmetric determinants and the general theory of play. Traducidos por L. J. Savage en 1953, *Econometrika*, 21, 97–117.

Ville, J. (1938). Note sur la théorie générale des jeux où intervient l'habilité des joueurs. In *Applications aux jeux de hasard* by Emile Borel and Jean Ville, Tome IV, Fascicule II, pp. 105–113.

Da la primera demostración elemental, pero todavía parcialmente topológica, del teorema del minimáx. La demostración del teorema de Von Neumann y Morgenstern de 1944 es una versión revisada, y más elemental, de la demostración de Ville.

Fréchet, M. (1953). Emile Borel, initiator of the theory of psychological games and its applications. *Econometrika*, 21, 95–96.

Fréchet, M. and Von Neumann, J. (1953). Commentary on the Borel note. *Econometrika*, 21, 118–127.

En 1944 aparece la primera edición del libro de Von Neumann y Morgenstern al que le suceden las ediciones de 1947, la referencia estándar de la obra, y la de 1953.

Von Neumann, J. and Morgenstern, O. (1944, 1947, 1953). *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton University Press: Princeton.

Casi dos décadas de trabajos sobre la Teoría de Juegos aparecen sistematizadas, en colaboración con Morgenstern, en este famoso libro que abre el campo de la Economía Matemática.

Herbert Simon, futuro premio Nobel de Economía (concedido en 1978), hace la primera reseña del libro en 1945. En él critica ciertos aspectos del libro pero, posteriormente, rectificó la apreciación que hizo del mismo, colocándolo en el lugar que históricamente le corresponde.

3. Contenido del libro

El libro expone, por vez primera, todo el trabajo sobre Teoría de los Juegos desarrollado por Von Neumann desde el año 1928 hasta 1943 en forma sistemática. Hay que señalar que muchos de los resultados no se habían publicado anteriormente, por lo que el libro no es solamente una recopilación de trabajos anteriores sino una obra completamente nueva que tendría enorme repercusión, no solamente en el ámbito económico sino en otras disciplinas. El apéndice, en el que se introduce la formulación axiomática de la Teoría de la Utilidad no aparece en la primera edición del libro sino en la segunda publicada en 1947 y que se ha convertido en la referencia estándar.

Ofrecemos, a continuación un resumen del índice del libro, que permite hacerse una idea de sus contenidos.

Formulación de los problemas económicos.

Los métodos matemáticos en la Economía.
El problema del comportamiento racional.
La noción de utilidad.

Formulación general de los juegos de estrategia.

Concepto de Juego: Formulación axiomática. Concepto de estrategia.

Juegos bipersonales de suma cero: Teoría.

Juegos con información perfecta.
Estrategias mixtas. Solución de estos juegos: estrategias óptimas y el teorema del minimáx.

Juegos bipersonales de suma cero: Ejemplos.

Algunos ejemplos sencillos.

El poker y los «faroles».

Formulación de una Teoría General de los Juegos n-personales de suma cero.

Soluciones. Coaliciones. Función característica.

Composición y descomposición de Juegos.

Juegos descomponibles. Soluciones de los Juegos descomponibles.

Juegos generales de suma distinta de cero.

Extensiones de la teoría. Funciones características.

Soluciones de los Juegos generales.

Interpretación económica de los resultados.

Extensión de los conceptos de dominancia y solución.**Apéndice: El Tratamiento Axiomático de la Utilidad.**

4. Importancia histórica del libro

Solamente citaremos algunos de los comentarios y reseñas del libro aparecidos tras su publicación.

La posteridad considerará este libro como uno de los mayores logros científicos de la primera mitad del siglo XX.

American Mathematical Society Bulletin

Un matemático y un economista han juntado su saber en un enfoque asombrosamente original a la teoría matemática de la economía y la organización social, basada en la teoría de los juegos de estrategia. Su libro —uno de los documentos verdaderamente notables de la literatura económica— presenta un estudio detallado de la teoría de los juegos desarrollada por el Prof. Von Neumann durante un período de 15 años, y contiene numerosas aplicaciones a ciertos juegos de estrategia así como a la economía y las ciencias sociales. Uno no puede menos que admirar la amplitud de su visión, la atención a los detalles y la profundidad de pensamiento que aparecen en casi todas las páginas del libro ...

American Economic Review

El principal logro del libro se basa, más que en sus resultados concretos, en haber introducido en la Economía las herramientas de

la lógica moderna y en utilizarlas con un poder asombroso de generalización.

Journal of Political Economy

5. La teoría de la decisión estadística como caso particular de la teoría de los juegos

Como comentamos en la introducción, la aparición del libro poco antes de terminar la segunda guerra mundial motivó un inusitado interés por muchos temas relacionados con la Teoría de los Juegos y potenció la creación de centros de investigación, como la RAND Corporation, donde durante las décadas de los años 50 y 60 del siglo XX, se le dió un gran ímpetu a la recién creada Teoría de los Juegos, de la que surgieron nuevas disciplinas como la Teoría de la Decisión, la Programación Lineal y más tarde la Programación Matemática y la Investigación Operativa. Enumeramos en esta sección solamente aquellas directamente relacionadas con la Teoría de la Decisión.

La Teoría de la Decisión individual se puede ver como un caso particular de un juego entre dos jugadores, en el que el primer jugador es el decisor y el segundo es la denominada Naturaleza o conjunto de estados o factores no inmediatamente controlables por el decisor. Este segundo jugador se diferencia del primero en el sentido de que no se puede esperar de él un comportamiento racional como ocurre en la Teoría de los Juegos. Es esto lo que hace diferente el estudio de la Teoría de la Decisión individual y, por consiguiente, también son distintas las herramientas que se emplean para su resolución. Los diversos tipos de problemas de decisión se suelen clasificar dependiendo del grado de información o conocimiento que se tenga sobre los estados de la Naturaleza, así tenemos:

Decisiones individuales en ambiente de certidumbre: Se conoce el estado de la Naturaleza, con lo cual el problema de elegir la decisión óptima es, en principio, fácil de solucionar dependiendo de la estructura de la función de pagos o de pérdidas que puede ser vectorial o incluso más compleja. Estos problemas se solucionan aplicando técnicas de decisión multiobjetivo o multicriterio y finalmente acaban formulándose como problemas de Programación u Optimización Matemática.

Decisiones individuales en ambiente de riesgo: La información que se tiene sobre los estados de la naturaleza es de tipo probabilista.

La determinación de la decisión óptima combina elementos de la Teoría de la Utilidad y de la Optimización posiblemente estocástica.

Decisiones individuales en ambiente de incertidumbre: Se desconoce totalmente el estado de la Naturaleza, por lo que la selección de decisiones óptimas, aparte del conjunto de las admisibles o no dominadas —un conjunto demasiado extenso y difícil de calcular— requiere para su solución la introducción de los llamados Criterios de Decisión. El estudio de los diversos criterios propuestos llevó a plantearse el problema del tratamiento axiomático del estado de ignorancia total, en el que fueron fundamentales los trabajos de Hurwicz (1951), Arrow (1953), Chernoff (1954), Milnor (1954) y Savage (1954).

La contribución de Savage a este problema, en relación con los problemas de la Estadística, aparece en su libro *The Foundations of Statistics* de 1954, uno de los libros más importantes que se hayan escrito sobre los fundamentos de la Estadística, que abrió el camino para la llamada Teoría de la Decisión Personalista o Subjetiva, en el que combina, de un modo magistral, la Teoría de la Utilidad de Von Neumann con las ideas de de Finetti sobre la probabilidad personal.

Por otra parte, y casi en la misma época, Wald en el período 1945-1950 desarrolló la Teoría de la decisión individual en ambiente de incertidumbre como un caso particular de la Teoría de los Juegos de suma cero basada en la utilización intensiva del criterio de decisión que conduce a las reglas de decisión minimáx de la Teoría de los Juegos de Von Neumann.

La teoría de la decisión estadística, que añade a los problemas de decisión la posibilidad de considerar experimentos estadísticos que proporcionen información sobre los estados de la Naturaleza, también se puede considerar como un caso particular de la Teoría de los Juegos de suma cero y fue desarrollada por Wald en el período anterior y publicada póstumamente en 1950 en su influyente obra *Statistical Decision Functions*.

6. Consideraciones históricas sobre el teorema del minimáx

Uno de los resultados fundamentales de toda la Teoría de los Juegos bipersonales de suma cero es el famoso teorema del minimáx. Muchas demostraciones se han dado de este teorema y, en esta sección damos cuenta de las diferentes demostraciones del mismo en el caso más sencillo de juegos matriciales finitos.

Queremos señalar que el teorema se enuncia en forma algebraica, de modo que podría pensarse en una demostración puramente algebraica. Sin embargo, la historia de su demostración nos muestra que las primeras demostraciones del mismo utilizaban argumentos topológicos y demostraciones complejas y se tardó varios años en dar una demostración algebraica sencilla, pero rigurosa, del mismo.

Los tipos principales de demostración los podemos encuadrar en tres grandes categorías, a saber, las basadas en:

Teoremas del punto fijo o procesos iterativos.

Propiedades de los conjuntos convexos que básicamente utilizan propiedades de compacidad y teoremas de separación.

Las puramente algebraicas.

La lista siguiente recoge los artículos más relevantes sobre la demostración del teorema con una breve descripción de la metodología empleada.

Borel, E. (1921–1927). En él, conjeturó que, en general, el teorema del minimáx no era siempre válido —aunque encontró soluciones minimáx para algunos juegos muy sencillos—. Sin embargo, en 1927, lo consideró como un problema abierto aunque no fue capaz de encontrar contraejemplo alguno.

Von Neumann, J. (1928, 1937). Usa el teorema del punto fijo de Brouwer en una demostración muy compleja.

Ville, J. (1938). Da la primera demostración elemental del teorema del minimáx, aunque todavía es, en parte, topológica.

Kakutani, S. (1941). Al intentar demostrar el teorema del minimáx, generalizó el teorema del punto fijo de Brouwer (teorema del punto fijo de Kakutani), que resultó especialmente adecuado para demostrar el teorema del minimáx, que es simplemente un corolario de su teorema.

Loomis, L. H. (1946). Da la primera demostración elemental. Para ello utiliza la inducción sobre el número total de estrategias puras de los dos jugadores.

Weyl, H. (1950). Ofrece una demostración no inductiva, completamente algebraica, pero complicada.

Nash, J. (1950) Utiliza en la demostración el teorema del punto fijo de Brouwer y, además, ésta da origen a un método iterativo para resolver el juego.

Dantzig, G. B. (1956). Da una demostración sencilla, no inductiva, constructiva y completamente algebraica que usa el Método del Simplex de la Programación Lineal.

Otras demostraciones algebraicas son las de Shapley y Snow (1950), Gale, Kuhn y Tucker (1950).

7. El paso de la utilidad determinista a la aleatoria

La utilidad, hasta la aparición del libro de Von Neumann y Morgenstern, se consideraba estática y de carácter puramente ordinal. Se utilizaban las curvas de indiferencia para representar los intercambios entre mercancías o atributos, sin consideración de situaciones inciertas, es decir en las que hubiera elementos probabilísticos. Fue Pareto (1907) quien señaló que el medir diferencias entre utilidades sería suficiente para dar una escala cardinal a éstas.

Von Neumann, en el libro, compara el problema de la medición de la utilidad con el de medir la temperatura, escala que emergió del estudio del comportamiento de los gases ideales y del papel que tuvo la temperatura absoluta en conexión con el teorema de la entropía.

La esperanza moral de Daniel Bernoulli (1730), concebida para resolver la paradoja de San Petersburgo, significa medir la utilidad del dinero por su logaritmo y calcular su esperanza matemática.

Para desarrollar la Teoría de los Juegos más allá de los de suma cero, Von Neumann necesitaba desarrollar una Teoría de la Utilidad suficientemente general, —es decir, axiomática— que estableciese una escala numérica para las utilidades, fuese lineal (es decir, se pudieran tomar esperanzas) y única salvo transformaciones lineales (como ocurría, p. ej., con la temperatura).

8. La noción de utilidad

Reproducimos aquí, de modo casi literal, parte de la sección 3.6 del capítulo primero, donde aparecen por primera vez los axiomas de la teoría de la utilidad cardinal. La demostración aparece, como se ha comentado anteriormente, en el apéndice de la segunda edición del libro.

3.6. Los axiomas y su interpretación

3.6.1. Nuestros axiomas son los siguientes:

Consideramos un sistema abstracto \underline{U} de utilidades u, v, w, \dots . En U se supone definida una relación $u > v$, y para cualquier número α , ($0 < \alpha < 1$), una operación

$$\alpha u + (1 - \alpha)v = w$$

Estos conceptos satisfacen los axiomas siguientes:

(3:A) $u > v$ es un orden completo de U .

Esto significa: Escribáse $u < v$ cuando $v > u$. Entonces:

(3:A:a) Para dos cualesquiera u, v una y solamente una de las tres relaciones siguientes se verifica:

$$u \sim v, u < v, u > v.$$

(3:A:b) $u > v, v > w$ implica $u > w$.

(3:B) Orden y combinación.

(3:B:a) $u < v$ implica $u < \alpha u + (1 - \alpha)v$.

(3:B:b) $u > v$ implica $u > \alpha u + (1 - \alpha)v$.

(3:B:c) $u < w < v$ implica la existencia de un α tal que

$$\alpha u + (1 - \alpha)v < w.$$

(3:B:d) $u > w > v$ implica la existencia de un α tal que

$$\alpha u + (1 - \alpha)v > w.$$

(3:C) Álgebra de la combinación.

(3:C:a) $\alpha u + (1 - \alpha)v = (1 - \alpha)v + \alpha u$.

(3:C:b) $\alpha(\beta u + (1 - \beta)v) + (1 - \alpha)v = \gamma u + (1 - \gamma)v$ donde $\gamma = \alpha\beta$.

Se puede demostrar que estos axiomas implican la existencia de una función numérica $u \rightarrow p = p(u)$, que satisface

$$u > v \text{ implica } p(u) > p(v)$$

$$p(\alpha u + (1 - \alpha)v) = \alpha p(u) + (1 - \alpha)p(v)$$

y es única salvo una transformación lineal.

9. Decisiones humanas

Tras la exposición de las contribuciones de John Von Neumann a los fundamentos de la teoría de los juegos que, sobre todo, sirvió como base sobre la que fundamentar la teoría de la decisión, pasamos a las dos formas básicas de la representación de juegos, a saber, *tablas y árboles de decisión*. Las tablas o matrices de decisión, cuyo antecedente más remoto es la tabla de Pascal, permiten una representación natural y directa en muchos problemas en que aparecen en forma explícita alternativas, estados y consecuencias; pero es más frecuente que se

busque y obtenga una representación detallada explícita de todos los escenarios que pueden aparecer en el curso de un proceso de decisión, es decir, lo que se llama un árbol de decisión.

La idea directriz en este enfoque es la consideración profunda de los elementos y aspectos, no necesariamente numéricos, de los problemas, comenzando por lo que podríamos llamar *modelización estructural*, porque incluso puede ser más fácilmente comprendida por los decisores o clientes (médicos, administradores,...) que los aspectos de asignación y cálculo numérico efectivo, que tradicionalmente constituyen el dominio de los especialistas por implicar en su operacionalismo la metodología probabilística bayesiana u otras. Estos aspectos cuantitativos se incorporarían al modelo en una segunda etapa, que será mejor aceptada una vez que el decisor ha penetrado en el esquema presentado por el analista de decisiones. En definitiva, tal modelo deberá ser una consecuencia del intercambio y ajuste entre el modo intuitivo de pensar del decisor y la ayuda científica del analista. Este será el camino para llegar al que se suele llamar *modelo requisito*, satisfactorio para el analista o teórico de la decisión y para el decisor o práctico de la decisión.

De los dos aspectos fundamentales que se manejan para llegar a la selección de alternativas de decisión, a saber, las preferencias y las creencias, puede decirse que las primeras son más fáciles de comprender por el decisor, gracias a los axiomas sencillos e intuitivos que les atribuimos para su manejo. En cambio, es bastante reciente, gracias a trabajos de Dawid, Smith, Pearl, Aliard,..., el haber concretado el concepto de *relevancia*, como fundamental para la relación de inferencia entre variables inciertas, gobernado por los axiomas de Dawid.

Basado en estas directrices, el enfoque tradicional del diseño de un árbol de decisión se reduce a construir paso a paso un grafo de tipo árbol, en que el origen representa la situación inicial y el resto del árbol representa, en orden cronológico, los movimientos que corresponden al decisor y los que tienen carácter de azar o incertidumbre.

De los primeros parten arcos o ramas que corresponden a alternativas para el decisor y de los segundos los que representan sucesos posibles.

Tras la laboriosa asignación de utilidades y probabilidades condicionadas, se llega finalmente al modelo del problema ya en forma numérica. La propiedad fundamental de la utilidad esperada, asociada al método regresivo de la programación dinámica permite, partiendo de los nodos últimos en que se encuentran las utilidades finales, regresar, obteniendo en cada paso el nodo de decisión al que corresponde máxima

utilidad esperada, para llegar, finalmente, al origen con la solución deseada.

Estos árboles de decisión (introducidos por Raiffa en 1968), han sido el punto de partida de notables perfeccionamientos como los diagramas de influencia introducidos por Miller (1976) como un método de representación de conocimientos, que luego fueron perfeccionados por Howard y Matheson (1981) y han conducido a los *diagramas de decisión* (Covalliu y Oliver, 1992), redes de evaluación (Shenoy, 1992), lenguaje DPL (Borison, 1990),... Señalemos también los *diagramas de influencia* imprecisos que adoptan la teoría robusta establecida por D. Ríos Insua (1992) y han sido desarrollados por D. Ríos Insua y S. Ríos Insua (1992) para poder tener en cuenta la posible presencia de imprecisión en los juicios del decisor. Otra importante característica de este método es que conserva la propiedad del axioma de sustitución, que permite la reducción regresiva de los árboles de decisión, contrariamente a lo que ocurre con otros muchos métodos, generalizaciones del principio de M.U.S.E. que han de comenzar por la reducción, a la manera de Von Neumann, del árbol a la matriz del proceso, ya que es un hecho demostrado que, sin el axioma de sustitución, los resultados del análisis de decisiones en forma normal y en forma extensiva pueden no ser idénticos.

El *análisis de riesgos* se puede considerar como un caso particular del análisis de decisiones, que se aplica al conocimiento a través de la representación por un árbol de sucesos de los distintos escenarios que se pueden producir tras un primer accidente o suceso, en un sistema tecnológico, ecológico, etc. Por ejemplo, tras presentarse un accidente en un depósito portuario de gas, una nube de gas se traslada en alguna de las direcciones posibles a una velocidad dependiente de la velocidad del viento; posteriormente la nube explota en otro lugar, etc. El cálculo de los distintos tipos de riesgo (individual, social, de grupo, de fatalidades múltiples) que son sumas de probabilidades compuestas, tiene como principal problema la asignación de probabilidades iniciales, como en el caso del análisis de decisiones. Su estudio tiene extraordinaria importancia, dados los altos riesgos que se derivan de algunas tecnologías que se han hecho prácticamente imprescindibles en la vida actual. A veces, quizá por motivos de prestigio de ciertos colectivos, se han dejado de lado estimaciones de riesgo que podrían posponer decisiones como la de conducir al primer hombre a la luna que, según un estudio de la General Electric, tenía una probabilidad de éxito inferior al 5 %.

Aunque en tal ocasión una decisión obviamente mala condujo a un resultado feliz, no siempre el éxito acompañó a los viajes espaciales,

como nos recuerda el accidente del Challenger y otros varios conocidos. Análogos problemas de seguridad se han presentado en situaciones de alto riesgo en accidentes de centrales nucleares, en inteligencia militar, en impactos ambientales, pronósticos económicos, meteorológicos,...

En todos estos campos se acepta hoy como necesario el uso de los métodos del análisis de riesgos y decisiones en que el ingreso cognitivo debe hacerse a través de la medida de la incertidumbre y de la preferencia mediante probabilidades subjetivas y utilidades.

En definitiva, los métodos que se emplean consisten en utilizar las opiniones de expertos en el campo especial considerado como una primera aportación para la asignación de probabilidades subjetivas. Tal aportación ha de someterse a algunas operaciones de control como la calibración, y otras que permiten, análogamente a como se hace en otros campos de medidas más clásicas, aproximarse, paso a paso, a una medida más fiable.

La aplicación del método de la esperanza de utilidad a situaciones concretas requiere, además de la determinación de las probabilidades de los sucesos que pueden presentarse, la de la curva o función de utilidad del decisor, cuyo punto de apoyo teórico es el axioma de continuidad. En el caso de las decisiones con multicriterios, el llegar a la construcción efectiva de la función de utilidad del decisor es un problema difícil que se ha conseguido realizar, en la práctica, gracias a la introducción de nuevos conceptos como la independencia preferencial, independencia en utilidad,..., en los que se basa la construcción efectiva de los llamados sistemas de soporte a la decisión, que permiten la resolución de problemas muy complejos del Análisis de Decisiones.

10. Aplicaciones del análisis de decisiones

Un progreso reciente surgido precisamente de los éxitos del Análisis de Decisiones en los problemas de decisiones individuales monocriterio, es la aplicación efectiva de este Análisis a problemas mucho más complejos llamados de multicriterios, multiniveles, polietápicos, decisiones sociales, colectivas, juegos, negociaciones,...

Muchos de estos procesos de decisión, estudiados en sus comienzos, con lo que podríamos llamar *modelos magníficos*, creados por sus fundadores y correspondientes escuelas, encontraron un ritmo de desarrollo más lento en etapas posteriores, en que empezó a echarse de menos

la posibilidad de tratar de una manera más real los grandes problemas que se presentaban en la realidad.

Como dice Raiffa en su importante libro sobre *Negociaciones*: Existen bellas teorías económicas de la empresa que explican, en una primera aproximación, cómo las empresas se comportan y cómo deberían comportarse. Pero cuando uno se sitúa próximo a los problemas actuales de los directores de empresas, estas teorías generales resultan demasiado vagas para ser relevantes. Al nivel de la empresa, lo que es necesario, entre otras cosas, es un conjunto de herramientas analíticas mediante las que un equipo de especialistas pueda interactuar sobre una base consultiva con los decisores empresariales. Estoy hablando no sólo de los investigadores operativos y analistas de decisiones, sino también de especialistas en finanzas, mercados y otras áreas funcionales de la empresa».

Pues bien, el Análisis de Decisiones, con sus modernas versiones y la profundización en la Teoría de la Utilidad, ha sido capaz de adaptarse apropiadamente y resolver tales problemas llegando a soluciones y recomendaciones concretas.

He aquí brevísimamente algunas referencias:

a) *Decisiones multicriterio*: Importantes problemas de decisión multicriterio en ambiente de incertidumbre con una jerarquía en los criterios, en varias o infinitas etapas, con varios grupos de personas afectadas de distinta forma y varias personas participando en la decisión, etc., se presentan constantemente en la realidad político-social y es inevitable estudiarlos y resolverlos con herramientas más precisas e incisivas que la intuición de los expertos.

He aquí, como ilustración inicial, algún ejemplo:

- 1) Un problema importante polietápico dinámico multicriterio es el de la regulación de una presa. Su propósito es, en esquema, guardar agua durante los períodos de abundancia para utilizarla en temporadas de escasez. Los objetivos que se proponen al construir una presa pueden ser, entre otros: suministros de agua a poblaciones, industrias, tierras, generación de energía eléctrica, protección contra avenidas, aspectos ecológicos y recreativos,... El problema de la regulación del servicio de un embalse, optimizando globalmente estos objetivos, presenta una gran dificultad al observar que son, en buena parte, conflictivos. A esta dificultad se añade la gran incertidumbre del proceso natural de acumulación de ingresos y de la demanda de agua para

diferentes usos. Ello ha originado una serie de metodologías como diagramas de Klemes, programación lineal y no lineal, programación dinámica, modelos estocásticos,... Recientes trabajos de D. Ríos y A. Salewicz han introducido la metodología del Análisis de Decisiones bayesiano para resolver el problema de la regulación del sistema del lago Kariba y otros de la cuenca del Zambezi, del que se benefician ocho países africanos. Tal trabajo, realizado (1992) bajo los auspicios del IIASA, se considera que supera las metodologías predecesoras y conduce a buenos resultados.

- 2) Una cuestión importante es la comparación de las consecuencias de diferentes maneras posibles de suministrar en el futuro la energía necesaria a una región de millones de individuos, mediante las diferentes fuentes posibles como carbón, petróleo, gas, viento, energía nuclear, hidroeléctrica, solar. Según las proporciones relativas que adoptemos, tendremos alternativas con muy distintos impactos desde los puntos de vista de calidad ambiental, sanidad, seguridad, situación socio-económica de los seres que habitan las distintas regiones y sobre el sistema de costes, y el problema es buscar la combinación óptima o, al menos, una satisfactoria. Y una idea de la magnitud e importancia del problema se tiene al considerar que las decisiones tendrán consecuencias para muchos años y muchos individuos.
- 3) Una cuestión más concreta, relacionada con la anterior, es el problema de la selección de ubicación para las Centrales Nucleares. Se ha observado que, a partir de los accidentes de Three Miles Island, Chernobil, etc., ha aumentado notoria y justificadamente el temor al riesgo de accidentes y a sus consecuencias para las poblaciones próximas. Esta preocupación se refleja en estudios hechos con los métodos M.C.D.M. en que se consideran dos funciones objetivo: costes y proximidad de las centrales a núcleos de población. Los costes se refieren naturalmente a la construcción de líneas de transmisión, pérdidas de energía eléctrica por transmisión, etc. y constituyen un objetivo cuya minimización es parcialmente conflictiva con el de alejar los reactores de las poblaciones. El estudio por I.O. ha permitido ver, entre otras cosas, que situar las centrales en una zona suficientemente alejada de núcleos urbanos no conduce a una importante penalización de costes adicionales.

Un problema muy relacionado con el anterior es el de la localización de depósitos de residuos tóxicos.

Algunos problemas de interés para los ejércitos, recientemente resueltos son:

- 4) Los problemas de asignación de personal del Ejército de USA se consideran muy importantes para lograr una eficacia global mediante el adecuado uso de las aptitudes y la satisfacción en el trabajo.

Los tres objetivos o criterios primarios que los Servicios militares tratan de tener en cuenta al asignar personal alistado a puestos para cubrir el mayor número posible dentro de unas prioridades son:

- 1.— Costes de asignar una persona a un puesto.
- 2.— Utilidad de tal asignación para la organización militar.
- 3.— Deseabilidad de la asignación para la persona considerada.

Cada asignación implica de 5000-10000 personas y de 5000-15000 puestos sobre 1000000 de personas elegibles/puesto, y de 3-15 criterios. Se obtienen problemas con unas 15000 variables, que hay que resolver en algunos cuerpos cada mes y en forma fácilmente realizable.

- 5) Dos problemas recientemente estudiados para el personal militar belga (H. Pastijn).

- 1.— Comparar la legislación actual de reclutamiento con otras alternativas posibles para el futuro.
- 2.— Estudiar la política de retiros relativa a oficiales subalternos.

Se toman en cuenta diferentes criterios: eficiencia, implicaciones presupuestarias, factibilidad política, consecuencias sociales, implicaciones legales, reversibilidad, flexibilidad.

Es natural considerar la situación parcialmente conflictiva de (al menos) dos decisores (gobierno y autoridad militar) en la aplicación de la legislación de reclutamiento.

- 6) Método para el desarrollo de un sistema de defensa aérea considerando seis criterios: economía, disponibilidad, letabilidad, fiabilidad, movilidad y seguridad.
- 7) Problema de selección de misiles, considerando varios criterios: alcance, tiempo de recepción, vulnerabilidad, precisión...

- 8) Selección de flotas de helicópteros y, en general, la selección de ofertas en las compras de armamento.
- 9) A nivel individual, los métodos de Análisis de decisiones constituyen el enfoque adecuado a los problemas de formación de una cartera de valores (Portfolio Selection), compra de un coche, de una casa o, incluso, de los alimentos para el consumo diario.
- 10) La inclusión de objetivos múltiples en los procesos de planificación, superando a los procesos clásicos con un sólo criterio económico es impuesto o recomendado ya por las leyes en algunos países como método obligatorio al tratar del aprovechamiento de recursos naturales como el agua, las minas, etc. (ver, por ejemplo, USA Water Resources Council, 1970).
- 11) En el ámbito internacional hay que señalar que la UNIDO (United Nations Industrial Development Organizations) ha publicado ya en 1972 unas normas para evaluación de proyectos para los países en desarrollo que deben tener en cuenta objetivos múltiples: empleo, redistribución de la renta, balanza de pagos, consumo agregado, etc.

b) *Decisiones sociales*. Howard y su escuela explican sobre una serie de casos prácticos cómo determinar en un sistema de gobierno democrático la función de utilidad social que ha de ser la base de la solución de los problemas de decisión, llegando a resultados numéricos concretos en problemas como contaminación ambiental por los automóviles (en que evidentemente son distintas las preferencias de los individuos que conducen, que no conducen, fabricantes de automóvil, etc.) o problemas de siembra artificial de nubes, o aceptación del emplazamiento de una central nuclear, etc.

c) *Decisiones polietápicas*. Un refrán bien conocido: «más vale pájaro en mano que ciento volando» refleja muy bien el sentido del cambio del valor de un objeto o cantidad monetaria en el paso del tiempo. Dentro de este orden de ideas resulta especialmente interesante considerar las *decisiones de inversión*, en que al adquirir un bien se espera una sucesión de beneficios en tiempos posteriores. En definitiva, la comparación de inversiones se reduce a la comparación de complejos de n componentes o cantidades que se espera representen los resultados de la inversión en el año cero y sucesivos.

Una axiomática, bien conocida, del Premio Nobel Prof. Koopman, permite reducir cada complejo a un número real, que es su *valor actualizado*, a través de la conocida *tasa de descuento* y con esto se

resuelven, de manera simplista, este tipo de problemas de inversiones, como si fueran de multicriterios en certidumbre.

Su papel es importante para plantear correctamente los problemas de decisión, dinámicos o secuenciales o de control estocástico, juegos diferenciales, como hemos indicado al hablar del problema de regulación de una presa.

En época reciente se ha estudiado la analogía profunda entre la incertidumbre y el factor tiempo. Por ejemplo, muchas personas prefieren el resultado de una lotería como

$$\left(\begin{array}{cc} 0.95 & 0.05 \\ 1000 \text{ ptas.} & 0 \text{ ptas.} \end{array} \right)$$

en este momento a 1000 ptas. seguras dentro de un año. Mazur realizó en 1987 una serie de experimentos con la alimentación de palomas que prueban que las funciones de descuento por retraso son hiperbólicas, lo mismo que las que expresan los equivalentes en certidumbres probabilísticas, siempre que la probabilidad se haya representado como la razón de puntos. Estas relaciones son objetivos de investigaciones recientes para profundizar la similaridad entre selección intertemporal, selección bajo incertidumbre y ver si se pueden extender a otros tipos de selección multiatributo, tanto en animales como en personas.

d) *Amalgamación de ordenaciones.* La opinión generalizada entre los economistas de la carencia de sentido de la amalgamación de utilidades individuales llevó al Prof. Arrow a estudiar el problema de amalgamación de preferencias individuales para obtener una función de preferencia social en su libro famoso de 1951.

El punto de partida de estos estudios está en los trabajos sobre las votaciones debidos a Borda, Laplace, Dogdson y, sobre todo, en la famosa paradoja de Condorcet (1785) en que se ve cómo falla la transitividad en las decisiones colectivas, tomadas con la regla democrática de la mayoría.

Arrow se plantea la cuestión de qué criterios mínimos deben satisfacer las preferencias sociales obtenidas a partir de las preferencias de un conjunto de individuos que forman tal sociedad.

«Si excluimos la posibilidad de comparaciones interpersonales de la utilidad —dice Arrow— los únicos métodos satisfactorios de pasar de las preferencias individuales a las sociales para conjuntos amplios de individuos son las impuestas o las dictatoriales».

Este decepcionante resultado de las primeras investigaciones de Arrow, desanimó, al principio, a muchos investigadores de proseguir el estudio de las Decisiones colectivas. Pero pronto las cosas cambiaron y como otros muchos teoremas negativos famosos (como el teorema de Gödel, o el teorema de Banach-Tarski) dio lugar a una extensísima serie de trabajos que hoy continúa, tratando de aclarar el alcance de sus condiciones y las consecuencias de las modificaciones de las mismas.

Tales trabajos han logrado primero la rehabilitación de la regla de la mayoría de un modo completamente general para dos opciones y, de un modo muy amplio, para n opciones. Es decir, las conocidas objeciones a la regla de la mayoría por no transitividad (paradoja de Condorcet), etc., desaparecen en tales condiciones similares a muchas situaciones reales: votaciones con dos partidos políticos o con un conjunto de partidos que admitan una cierta ordenabilidad de sus opiniones.

Hemos traído a recuerdo todos estos problemas de gran interés práctico y teórico, porque también en ellos tienen aplicación eficaz los conceptos del análisis de decisiones. Por ejemplo, trabajos muy recientes de d'Alessandro (1994), relativos al proceso de amalgamación de decisiones multicriterio de un conjunto de p decisores, entre m alternativas, cuyos resultados o medidas con n criterios dan lugar a espacios cuyos elementos son matrices $m \times n$ y el nuevo concepto de conjunto eficiente da lugar a resultados que pueden conducir a la defensa ciega de intereses personales, riesgo de parálisis de negociaciones, dilución de responsabilidad ... Esto lleva a la necesidad de modificar la estructura del problema de modo que se reconduzca a una fuerte comunidad de espíritu, y una autoridad superior que represente intereses generales.

e) *Decisiones interactivas*: juegos, negociaciones, asignación de costos... Es bien sabido que la teoría de juegos es una de las creaciones más importantes de John V. Neumann, ese genio matemático, del que muchos estudiosos decían al compararle con Einstein y Gödel en el ámbito estelar del Princeton de los 50, que Einstein era el mejor cerebro matemático del mundo, pero V. Neumann había logrado un puesto a medio camino entre los hombres y Dios.

La teoría de juegos se propone inicialmente para modelizar las situaciones de decisión interactivas con participación de varios decisores y consecuencias para todos ellos, inspirándose en intuiciones de los juegos de sociedad, especialmente del juego del poker, en que, según parece, Von Neumann era un mediocre jugador, probablemente porque aprovechaba su tiempo entre jugadas para el análisis profundo de las mismas.

Esta teoría atrae fuertemente el interés de matemáticos, estadísticos, economistas, psicólogos,..., en sus comienzos en los años 40 y 50, lan-

guidece después algún tiempo, para recuperar en las dos últimas décadas todo su vigor con la aparición de profundos e importantes resultados. Pero en las posibilidades de aplicación de estos resultados se presentan dificultades, sobre todo porque la mayor parte de los conceptos tienen carácter cuantitativo: utilidad esperada, funciones de pago, medidas sobre creencias probabilísticas...

Para hacer más viables y efectivas las aplicaciones de la teoría de juegos, se ha pensado recientemente (Allard, Smith, Raiffa,...) en construir una teoría cualitativa o estructural, que permitiera lograr resultados profundos para llegar a consecuencias realmente prácticas.

Las ideas directrices parten del importante concepto de «conocimiento común», introducido por Aumann, según el cual «cada jugador conoce lo que sus oponentes conocen y, a su vez, éstos conocen lo que el primero conoce que ellos conocen,...».

A partir de esta idea se admiten las siguientes hipótesis de trabajo:

- a) El grafo del diagrama de influencia del juego es el mismo para todos los jugadores, salvo que una variable de decisión de un jugador sería una variable incierta para los oponentes.
- b) Las deducciones hechas por los distintos jugadores mediante las reglas de irrelevancia son conocimiento común para todos los jugadores.
- c) También es conocimiento común suponer que un jugador prefiere la decisión d_1 a la d_2 , si d_1 no es una función invertible de d_2 que da idéntica estructura de pago a d_2 .

Este planteamiento no requiere que todos los jugadores sigan el mismo método inferencial, bayesiano o no. Basta que sus creencias sean consistentes con el diagrama de influencia establecido para el problema, supuesto que tal diagrama sea realmente común.

Prosiguiendo este camino se está consiguiendo una teoría cualitativa plausible, fácilmente implantable y suficientemente penetrante para hacer deducciones interesantes y profundas en situaciones prácticas.

En todo caso, este planteamiento y sus resultados se consideran de gran interés filosófico, matemático y práctico.

Esta tendencia actual a relacionar más estrechamente la teoría de juegos con el análisis de decisiones marcha paralela al desarrollo reciente de la llamada Teoría y práctica de las Negociaciones dentro del programa de Raiffa (1982) y los trabajos de Neale-Bazerman (1991), Sebenius (1992),..., a la que vamos a referirnos brevemente, tras hacer una indicación sobre el problema de la:

f) *Asignación o reparto de costos*. El problema de reparto de costos de una obra importante (presa, aeropuerto, servicios conjuntos,...) entre los distintos usuarios, presenta una estructura formal análoga a la de la teoría de juegos cooperativos. Por ejemplo, en el caso del aeropuerto, cada jugada es un aterrizaje de un avión y $v(S)$ es el coste de construir y mantener el aeropuerto para realizar un conjunto S de aterrizajes; pero $v(S)$ no depende sólo del número de aterrizajes S , sino de sus características, que son diferentes, por ejemplo, en un 747 que en un Airbus. El método axiomático y el análisis de decisiones son especialmente atractivos en estos problemas a los que dan soluciones particularmente transparentes (Billera, Heith,...).

g) *Negociaciones*. Los enfoques científicos de los problemas de negociación y mediación van precedidos de una larga tradición en las ciencias político-sociales, como se observa en la lectura del famoso libro *El Príncipe* (1515) de Maquiavelo. Tradicionalmente el campo natural de estudio de los procesos de negociación y mediación ha correspondido a los sociólogos, psicólogos, diplomáticos, politólogos, pensadores de la política y de la historia. La importancia de estos estudios se ha visto reforzada en situaciones críticas recientes en que del resultado de negociaciones sobre el desarrollo de las armas nucleares ha dependido fuertemente, incluso, el futuro de la humanidad. Ello ha conducido a la formación de importantes equipos multidisciplinarios de especialistas, como en el proyecto de la Universidad de Harvard o los de la Arms Control and Disarmament Agency de Washington, a cuya reunión de 1968 (agosto) tuve el honor de asistir como observador.

La labor de estos equipos de trabajo ha contribuido a que se vayan construyendo una serie de modelizaciones matemáticas que permiten el conocimiento profundo de los procesos de negociación, extraordinariamente complejos y variopintos. Pero, como ha dicho Raiffa en su admirable libro, varias veces citado: «Existen bellas teorías del proceso de negociación que explican en una primera aproximación cómo se comportan o debían comportarse los negociadores. Pero lo que se necesita es el uso creativo del pensamiento analítico que explote las técnicas analíticas que ya existen».

Vamos a dar unas indicaciones del papel actual del moderno análisis de decisiones en la modelización de las situaciones que llamamos decisiones interactivas o negociaciones.

Negociación es un tipo de proceso de decisión, en que toman parte dos o más agentes activos, que no pueden tomar decisiones independientemente, sino que deben hacer concesiones sucesivas para llegar a un compromiso.

La metodología del proceso de negociación implica una sucesión de etapas con objetivos limitados, en que cada uno de los agentes toma una decisión que le aproxima a alguno de sus objetivos. Tal decisión es presentada posteriormente al oponente que, a su vez, la transforma en una nueva propuesta, etc.

Al tratar de establecer un método analítico para resolver estos problemas, sea entre dos partes monolíticas o entre varios colectivos, se suele partir de la consideración de cuatro elementos básicos: a) intereses de las partes, b) alternativas para llegar a un convenio, c) creación y proclamación de valores, y d) movimientos para cambiar el desarrollo del juego.

Se comienza por modelos en que participan dos adversarios negociando sobre un solo resultado, para pasar después a resultados múltiples y, más tarde, a dos o más coaliciones con resultados múltiples, etc. Muchas nociones y recursos de la teoría de juegos cooperativos y teoría del aprendizaje se han adaptado a estas formulaciones; pero la contribución actual más importante es la de los árboles y diagramas de decisión, sistemas de soporte a la decisión, sistemas expertos, etc., que han puesto de manifiesto en problemas prácticos importantes como las negociaciones de la ley del mar, o las de la mina «El Teniente» de Chile,..., y miles de ejemplos más en que se va demostrando el interés del progreso en esta nueva «ingeniería de las negociaciones», en que es frecuente que intervengan como adversarios representantes de países o comarcas de diferentes culturas.

Como ha dicho Salolainen, Ministro finlandés de Comercio exterior, en una alocución en el IIASA (1989): «El Gobierno finlandés ha aplicado en el pasado con regularidad modelos de decisión con objetivos múltiples para mejorar la eficiencia de las operaciones y obtener mejor comprensión de procesos de decisión complejos. Un ejemplo de tales aplicaciones en un estudio realizado en cooperación con el National Board of Economic Defense para preparar planes para el manejo de situaciones de emergencia, tales como accidentes en una planta nuclear, embargos comerciales o conflictos internacionales. Con la ayuda de estos modelos, Finlandia está ahora mejor preparada para hacer frente a situaciones de emergencia. Opino que en Finlandia el sector público mantiene la creencia de la utilidad y aplicabilidad de los métodos analíticos de decisión para resolver problemas importantes como los señalados».

h) *Cultura y decisión*. Justamente este tipo de decisiones interactivas ha despertado el interés por la realización de estudios comparativos en relación con el comportamiento en las decisiones de individuos o

grupos sociales pertenecientes a distintas culturas, no sólo a nivel nacional, sino más ampliamente a nivel de grupos clasificados por etnia, edad, sexo, religión,...

El comportamiento individual y el de grupo están fuertemente influenciados por la cultura, que sabemos es un conjunto de características de los individuos que se refieren, fundamentalmente, a sus creencias y valores básicos, su concepto de verdad, su lógica y comportamiento de decisión. En especial, las creencias relativas al azar, riesgo, incertidumbre, aleatoriedad, presentan grandes diferencias de unas culturas a otras, como han observado Georgescu-Roegen y otros.

El concepto de aleatoriedad que tan sofisticado aparece en nuestra época, en las culturas occidentales, llegando a la diferenciación con la noción de caos, dista mucho de la idea causal del «deseo de Allah», tan arraigada en la cultura islámica, los espíritus activos en algunas culturas africanas, etc.

La componente lógica de una cultura se refiere al modo en que los individuos establecen la causación, que va de la simple asociación de sucesos, a la evidencia de conexiones causales.

Los valores son órdenes de preferencia sobre estados de parcelas del universo, que ya hemos visto que juegan un papel importante en las consecuencias de las decisiones.

El estudio profundo de estas relaciones de ajuste entre componentes de una cultura y sistemas de organización y de decisión, ha conducido a resultados interesantes en relación con las previsiones sobre comportamientos posibles de adversarios de diferentes culturas y, en consecuencia, a obtener mejores resultados, en un problema de negociación de un tratado comercial, de un convenio internacional de pesca,...

Otro tema importante relacionado con el anterior es crear reglas, técnicas y conocimientos que sean universales, es decir, válidos para todas las culturas.

11. Tendencias de la ciencia de la decisión hacia el siglo XX

En el panorama de las aplicaciones de la Ciencia de la decisión, que hemos ido trayendo a escena a lo largo de este artículo, se han visto muchas de ellas incipientes y que están pidiendo con insistencia su prosecución y profundización para resolver los múltiples problemas que se brindan en los más diversos campos. Pensando en su prolongación al siglo XXI, vamos a referirnos brevemente a algunas otras importantes.

a) *Decisiones políticas y Econometría*

En la línea de los trabajos sobre decisiones colectivas están las aportaciones del Premio Nobel de Economía Prof. Ragnar Frisch, que en su discurso en la Academia Sueca (1971), llama a la cooperación entre políticos y econométricos para que formalicen la *función de preferencia*, que debe considerarse como la base del concepto de *política óptima*.

Considera la función de preferencias simplemente como una función de algunas de las variables, que permiten describir una economía (regional, nacional, mundial), de modo que la maximización de tal función sea equivalente a la definición del objetivo que quiere lograr la política económica. No se trata, pues, de la función de bienestar, tratada en forma teórica en economía.

«Tengo la firme convicción —dice Frisch— de que en una aproximación a la política económica por la vía de la función de preferencia está la clave de una reforma de los métodos de decisión de las sociedades, absolutamente necesarios en el mundo actual».

«Hay dos aspectos en la metodología: a) el establecimiento de los objetivos a través de la función de preferencia, y b) la construcción de un modelo con ecuaciones y condiciones, bajo el cual caminemos hacia los objetivos».

«La función de preferencia es la que aplica la autoridad existente a las decisiones que deben tomarse en la sociedad. La autoridad puede ser un comité o un parlamento. En el último caso la función de preferencia es la amalgamación a través de la máquina política de las funciones de preferencia de los diversos partidos políticos». El sentido y realismo de su consideración y construcción aparece claro para Frisch, tras sus contactos y trabajos con varios jefes de gobierno y ministros de Economía de distintos países.

«Mediante métodos de interviú sofisticados se puede formalizar en una serie de etapas sucesivas con la colaboración del político y el econométra y, por supuesto, con el auxilio del ordenador, la función de preferencia de cada partido político. Paso a paso podrá llegarse, con esta metodología, a una función de preferencia con la cual se obtenga la evolución prevista de la sociedad de la que el político diga *justo es lo que yo deseo*. O bien, se hará ver al político que sus desiderata son, por ahora, inalcanzables simultáneamente y que se ha de conformar con objetivos algo más modestos».

«De este modo se puede lograr que cada partido político reconozca las consecuencias de su actitud y admita estas consecuencias públi-

camente. Con esto se habrá ganado bastante claridad en las discusiones entre partidos».

«Pero aún se puede ir más lejos, se puede tratar de lograr un *compromiso político* sobre la formulación de una función de preferencia numérica unificada».

«En consecuencia, en un país democrático, el Parlamento, suprema autoridad política, deberá emplear la mayor parte de su tiempo y energía sobre la discusión de esta forma de compromiso y sobre las consecuencias que tal forma implicaría; en vez de utilizar prácticamente todo su tiempo y esfuerzo en decidir sobre medidas individuales que pueden haber sido propuestas. Este último podrá llamarse método prehistórico». Creo que valía la pena esta larga cita de una autoridad científica como Frisch, porque pone de manifiesto la posibilidad de llegar a resultados concretos aceptables en importantes problemas de gobierno de un país.

b) *Incertidumbre endógena, cambios climáticos y Ecología*

Actualmente el estudio de los riesgos producidos por los discutidos cambios climáticos tiene dos novedades fundamentales para su estudio: a) su carácter global, es decir, que afectan a todas y cada una de las regiones del planeta, y b) su carácter endógeno, es decir, son causados por la misma actividad económica (por ejemplo, las emisiones industriales de CO₂ y CFC).

Ambas características contribuyen a que la tradicional incertidumbre se complique cualitativa y cuantitativamente en los problemas de predicción climática.

El carácter endógeno de la incertidumbre en estos problemas permite tomar medidas de mitigación, mediante decisiones para reducir las causas de los cambios climáticos. Contrariamente, los seguros no pueden hacer nada para reducir la probabilidad de daños (riadas, avenidas, desertización, extinción de especies, enfermedades,...) debidas a los cambios climáticos.

Solo pueden establecer compensaciones para los afectados por tales desastres. De esto se derivan los problemas de si es posible y cómo adaptar los seguros a este nuevo tipo de riesgos difícilmente estimables, endógenos, colectivos e irreversibles y también cuáles son las limitaciones o modificaciones a imponer a la tecnología productiva. Trabajos recientes de Arrow-Debreu, Chichilnisky, Heal, etc., han iniciado algunas soluciones a estos problemas de decisión, en que están muy

interesados organismos internacionales como las Naciones Unidas, Banco Mundial, OECD,...

c) *Inteligencia Artificial y Sistemas expertos*

Suele fijarse la fecha de la Conferencia Internacional de Dartmouth (EE.UU.) (1956), como el punto de partida del estudio consciente y dirigido de la Inteligencia artificial. Diez científicos prestigiosos se propusieron construir máquinas y programas que permitieran imitar las actividades propias del cerebro humano, como son el raciocinio, la comprensión del lenguaje hablado y escrito, el aprendizaje, la toma de decisiones y otras similares.

Vamos a referirnos brevemente a la relación del Análisis de Decisiones con los *sistemas expertos*, que utilizan los métodos de la Inteligencia Artificial para la *toma de decisiones*. Es bien sabido que los sistemas expertos tradicionales suministran un soporte para las decisiones mimificando las recomendaciones de los expertos humanos y tratando la incertidumbre mediante métodos ad hoc, que no tienen para nada en cuenta las relaciones de relevancia de los sucesos inciertos.

Con el nuevo enfoque probabilístico se trata de establecer una sucesión de dependencias que permitan tener en cuenta en los sistemas de Inteligencia Artificial las relaciones primitivas que se designan como verosimilitud comparada, condicionamiento, relevancia, causación, que adecuadamente establecidas, permiten utilizar la inferencia bayesiana para llegar a las probabilidades de las complejas proposiciones finales. Este estudio, que ha obligado a profundizar la axiomática de las dependencias, ha originado la introducción de los *grafos bayesianos*, *diagramas de influencia*, etc. Ellos permiten establecer un conjunto coherente de dependencias directas o indirectas que constituyen la esencia cualitativa de los modelos de bases de conocimientos y de los sistemas expertos asociados a los problemas de decisión.

Recientemente, en 1990, ha construido Heckerman un sistema experto llamado *normativo*, que mejora notablemente la precisión en el tratamiento de la incertidumbre, apoyándose en la regla de la esperanza de utilidad, llamada por él «regla de oro» de la decisión. Mediante los nuevos conceptos de similaridad y partición asociados a la representación de la incertidumbre en el llamado grafo de creencias, logra una gran simplificación en el cálculo de probabilidades subjetivas. En el experto que llama *Pathfinder*, dedicado al tratamiento de 60 enfermedades que se presentan en los ganglios linfáticos, logra reducir

de 75.000 a 14.000 el número de posibilidades que se han de obtener para su construcción. Es, en definitiva, aparte de la importancia de su aplicación concreta, una prueba de que la identificación de formas específicas de independencia condicional y la utilización de las mismas en la representación de conocimientos, puede permitir la construcción de sistemas expertos normativos válidos para decisiones de gran complejidad.

La discusión entre teorías normativas y descriptivas, equivaldría ahora a considerar el problema de si, por ejemplo, un médico debe tomar sus decisiones ayudado o no por el análisis de decisiones. Médicos que no utilizan el análisis de decisiones pueden cometer errores que se traducen en mayores costes para sus pacientes.

Como dice Heckerman, los *sistemas expertos normativos*, es decir, sistemas expertos que sitúan el conocimiento de expertos en el marco de análisis de decisiones, tienen la posibilidad de incrementar la calidad de las decisiones tomadas por los médicos y de mejorar de una forma dramática el resultado del paciente.

Una de las propiedades de un sistema experto debe ser tener la facultad de aprender y mejorar observando y analizando los problemas que puede resolver. El sistema va adquiriendo así habilidad para resolver problemas no idénticos a los que ha resuelto anteriormente. Se suele considerar varios sistemas de aprendizaje: aprendizaje supervisado, análogo al de un niño guiado por su padre o maestro que le instruye en una tarea específica, aprendizaje no supervisado, en que el sistema aprende de sus propias experiencias, intentando soluciones o mediante observación pasiva. Un tercer tipo llamado instrucción selectiva es una mixtura de aquellos. La meta es que el sistema de aprendizaje no solo sea capaz de adquirir nuevo conocimiento, sino de perfeccionar su proceso de razonamiento y reordenar su conocimiento en estructuras más eficientes.

Este ambicioso programa (Koldner, 1984) está atrayendo un gran número de investigaciones teóricas y de laboratorio. Por ejemplo, en el libro de Patrick se presenta un nuevo aspecto de aprendizaje no supervisado mediante una generalización del teorema de Bayes realizada por el autor. Como en el teorema clásico de Bayes las categorías son mutuamente exclusivas, pero pueden ser, estadísticamente dependientes. Este nuevo enfoque permite tratar clases complejas como, por ejemplo, enfermedades múltiples simultáneas en el mismo paciente. Concretamente la aplicación de la metodología estadística para establecer las ventajas de unos métodos de aprendizaje respecto de otros es un problema actualmente en sus comienzos.

Es una faceta de un enfoque más amplio de colaboración de la Estadística con la Inteligencia Artificial en el estudio y comparación de la eficacia de las máquinas inteligentes.

Finalmente es interesante indicar el papel de la Inteligencia Artificial como motor de impulsión de importantes investigaciones estadísticas actuales, entre las que destacamos el análisis exploratorio de datos y la modelización.

En el primer campo están el estudio de las implicaciones de los métodos de reconocimiento de formas desarrollados en el marco de la Inteligencia Artificial.

En el segundo, se consideran sistemas complejos de inferencia que permiten tratar problemas estadísticos complejos con técnicas similares a las que se desarrollan en los sistemas expertos.

Vemos, pues, que hay aquí un dominio de trabajo interdisciplinar que requiere la colaboración de probabilistas, informáticos, y profesionales médicos, geólogos, abogados, economistas,... Y, análogamente, podríamos hablar de otros importantes campos de aplicaciones.

12. Conclusiones

El premio Nobel Prof. Simon, en un artículo reciente escrito conjuntamente con Dantzig, Raiffa,..., ha dicho que «el desarrollo de la teoría de la utilidad subjetiva esperada es una de las grandes conquistas intelectuales del siglo XX, que nos da por primera vez un principio formalmente axiomatizado que permite a un individuo comportarse de una manera consistente y racional».

«Admitiendo probabilidades asignadas subjetivamente, la teoría de la utilidad esperada subjetiva abre el camino para fusionar opiniones subjetivas con datos objetivos, un enfoque que puede ser utilizado también en sistemas decisionales con hombres y máquinas. En la versión probabilística de la teoría, la regla de Bayes prescribe como los individuos deberían tener en cuenta la nueva información y como deberían responder a la información incompleta».

Se ve, pues, que Simon, uno de los más agudos críticos de la teoría de la utilidad esperada durante 40 años, acepta su enorme importancia para la obtención práctica de las decisiones en incertidumbre en universos bien definidos y de limitada complejidad. Pero también considera que hay situaciones reales de decisión a las que no todos los axiomas de la teoría de la utilidad subjetiva esperada se ajustan de una manera empíricamente aceptable. Propone entonces las teorías que llama de

racionalidad limitada, que cambian algunas de las hipótesis de la teoría racional clásica.

Por ejemplo, en vez de suponer bien definido un conjunto fijado de alternativas, entre las que el decisor ha de elegir, admite un proceso para la génesis de alternativas posibles. En vez de suponer distribuciones de probabilidad conocidas de los resultados, introduce solamente métodos de estimación para las mismas, o bien, considera estrategias que permitan tratar la incertidumbre sin suponer conocidas las probabilidades. En vez de maximizar la esperanza de utilidad busca una estrategia satisfaciente, asociada a unas metas fijadas por el decisor. Estos cambios son sugeridos, según Simon, por el conocimiento empírico del comportamiento humano en los procesos de decisión y de las limitaciones de nuestra capacidad cognitiva para descubrir alternativas, calcular sus consecuencias, y hacer comparaciones entre las mismas.

Trabajos recientes (T.K. Lant, 1994) han iniciado la comparación experimental de estos dos grandes tipos de modelos, apareciendo una tendencia a considerarlos compatibles y, en cierto modo, complementarios.

Ello ha llevado a la elaboración de libros elementales para hacer ver a los escolares que es más fácil la decisión que la regla de tres compuesta.

Tras estas discusiones sobre la hipótesis de la utilidad esperada, puede decirse que quizá su mayor mérito sea funcionar hasta que de ellas mismas surja un nuevo y deslumbrante paradigma, repitiéndose la historia del período Bernoulli-Von Neumann, con otro Von Neumann-(?).

Todo esto nos inclina a considerar la ciencia y el análisis de decisiones a los que hemos dedicado media vida científica, como suficientemente bien establecidos para contribuir, durante muchos años, con sus métodos al progreso de los humanos, tanto en el ambiente económico-social como en el científico.

